



ISSN - 2175-6600

Vol.17 | Número 39 | 2025

Submetido em: 10/04/2024

Aceito em: 12/11/2024

Publicado em: 28/05/2025

Problema de modelagem e problema de palavras: proposição feita por alunos do Ensino Médio

Modelling problem and word problem: proposition made by high school students

Problema de modelación y problema verbal: propuesta hecha por estudiantes de secundaria

*Karina Alessandra Pessoa da Silva¹
Emerson Tortola²
Tatiane Cristine Pessoa³*



<https://doi.org/10.28998/2175-6600.2025v17n39pe17538>

Resumo: A modelagem matemática surge no âmbito da Educação Matemática a partir de um olhar para o ensino e a aprendizagem da própria Matemática. Diante disto, este artigo analisa como alunos da 2ª série do Ensino Médio propõem problemas em aulas com modelagem matemática, buscando entender os elementos que utilizam ao desenvolver enunciados contextualizados. Por meio de uma análise qualitativa, identificam-se aspectos que aproximam os problemas propostos dos problemas de palavras comuns, mas que avançam para uma modelagem mais realista e significativa. Observa-se que os alunos, ao criar problemas em grupo, integram elementos pessoais e de interesse comunitário, como deslocamento entre cidades e aquisição de recursos escolares, e contextualizam as situações com o uso de personagens e informações reais. A estrutura dos enunciados reflete uma organização em três partes – cenário, informação e pergunta –, mas, ao inserir dados obtidos de pesquisas, os alunos ampliam o caráter investigativo do processo. Conclui-se que a modelagem matemática permite aos estudantes desenvolver habilidades de proposição e análise de problemas mais próximos de suas vivências, promovendo uma autonomia progressiva que pode ser reforçada pelo papel orientador do professor.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. 2ª série do Ensino Médio

¹ Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/4960826662569812>. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1766-137X>. Contato: karinasilva@utfpr.edu.br

² Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/3984024867334867>. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-6716-3635>. Contato: emersonortola@utfpr.edu.br

³ Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Lattes: <http://lattes.cnpq.br/9794259102713867>. Orcid: <http://orcid.org/0000-0001-6880-1187>. Contato: tatianepessoa@alunos.utfpr.edu.br



Abstract: Mathematical modelling emerges in the context of Mathematics Education from a perspective on the teaching and learning of Mathematics itself. In view of this, this paper analyzes how 2nd Grade high school students propose problems in classes with mathematical modelling, seeking to understand the elements they use when developing contextualized statements. Through qualitative analysis, aspects are identified that bring the proposed problems closer to common word problems, but also advance towards more realistic and meaningful modelling. It is observed that students, when creating problems in groups, integrate personal elements and elements of community interest, such as travel between cities and acquisition of school resources, and contextualize the situations using characters and real information. The structure of the statements reflects an organization in three parts – scenario, information, and question – but by inserting data obtained from research, students expand the investigative character of the process. It is concluded that mathematical modelling allows students to develop problem-posing and analysis skills closer to their experiences, promoting progressive autonomy that can be reinforced by the guiding role of the teacher.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modelling. 2nd year of high school

Resumen: La modelización matemática surge en el ámbito de la Educación Matemática desde una perspectiva de la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas en sí. Ante esto, este artículo analiza cómo estudiantes de 2º grado de secundaria proponen problemas en clases con modelización matemática, buscando comprender los elementos que utilizan al desarrollar enunciados contextualizados. A través de un análisis cualitativo, se identifican aspectos que acercan los problemas propuestos a problemas verbales comunes, pero que avanzan hacia una modelización más realista y significativa. Se observa que los estudiantes, al crear problemas en grupo, integran elementos personales y elementos de interés comunitario, como el desplazamiento entre ciudades y la adquisición de recursos escolares, y contextualizan las situaciones utilizando personajes e información real. La estructura de los enunciados refleja una organización en tres partes – escenario, información y pregunta – pero, al insertar datos obtenidos de la investigación, los estudiantes amplían el carácter investigativo del proceso. Se concluye que la modelización matemática permite a los estudiantes desarrollar habilidades para proponer y analizar problemas más cercanos a sus experiencias, promoviendo una autonomía progresiva que puede ser reforzada por el papel rector del docente.

Palabras clave: Educación Matemática. Modelación Matemática. 2do año de secundaria

1 APRESENTAÇÃO

A modelagem matemática surge no âmbito da Educação Matemática a partir de um olhar para o ensino e a aprendizagem da própria Matemática. Embora ela aparente ser rígida, estagnada e pouco atraente aos alunos, como explicam Maaß et al. (2018), os conteúdos matemáticos que hoje são ensinados na escola são resultantes de uma longa tradição de pesquisa, com grandes esforços e resultados geralmente comprovados há muito tempo, desencadeados a partir do estudo de problemas advindos da experiência ou mesmo com origem na própria Matemática.

A construção da Matemática, todavia, ainda está em movimento e a modelagem matemática é responsável por parte dela, particularmente no que se refere aos problemas advindos da nossa experiência com o mundo. Novos problemas são identificados e investigações matemáticas são realizadas para propor soluções. Um exemplo um tanto recente são os vários modelos matemáticos construídos acerca do comportamento do SARS-CoV-2, “novo” coronavírus, que foram determinantes em boa parte das ações



tomadas a respeito da pandemia de Covid-19 que assolou o mundo. Esses modelos são teorizações, ou aplicações de teorias, e auxiliam na compreensão do comportamento de fenômenos, o que nos permite fazer previsões e tomar decisões com base nelas.

A construção desses modelos, porém, pode ser útil também para a criação e o desenvolvimento da própria matemática. Lembramos aqui de Artur Ávila, primeiro matemático brasileiro, e primeiro latino-americano, a ser reconhecido internacionalmente com a honra da medalha Fields, por seu trabalho com os sistemas dinâmicos. Apesar de Artur Ávila não estar preocupado, à época, com a origem ou a resolução de tais sistemas, foi responsável por contribuições fundamentais na área da dinâmica, graças ao desenvolvimento teórico que proporcionou à Matemática.

Em ambos os casos, seja um olhar para problemas advindos da experiência, seja para problemas advindos da própria Matemática, tal construção é subsidiada pela lida com problemas. Identificar, definir, propor, estudar e resolver problemas faz parte do trabalho com a Matemática e, ainda que o ensino da Matemática na escola não reflita, pelo menos não com o mesmo ritmo, os avanços científicos e tecnológicos das pesquisas, faz sentido olhar para os problemas como uma possibilidade de ponto de partida das aulas de Matemática, sejam quais forem suas origens.

Atividades de modelagem matemática, ou abreviadamente modelagem, como ilustram Swan et al. (2007), podem promover a aprendizagem da Matemática, desenvolvendo competências que se mostram como fontes poderosas de compreensão e inserção dos alunos no uso de sistemas matemáticos simbólicos e formais, além de contribuir com o desenvolvimento da capacidade do aluno de fazer e responder perguntas em, com e sobre Matemática.

Tendo como pressuposto o uso da matemática para lidar com questões, situações ou fenômenos que vão além da própria matemática, abarcando problemas advindos de nossas experiências com o mundo ou baseados nelas (Almeida; Silva; Vertuan, 2012; Niss; Blum, 2020), em atividades de modelagem os alunos lidam com estimativas, aproximações, analisam erros, desenvolvem longas cadeias de raciocínio, verificam a consistência de suas soluções e comunicam-se usando a linguagem matemática, desenvolvendo conhecimentos de forma integrada, cujas “conexões superam as classificações de tópicos que são introduzidas pelo currículo” (Swan et al., 2007, p. 10).

Todavia, embora a literatura destaque a importância de se propor problemas passíveis de abordagem matemática, Stillman (2015, p. 49) chama a atenção para o fato de que ser capaz de identificar uma situação para investigar já “faz parte do conjunto de ferramentas de competências que precisa ser desenvolvido pelos alunos”, sendo



imperativa ao aclamar por “deixe-os [alunos] colocar os seus problemas primeiro e depois considere se estes podem ser matematizados”.

Até porque, ao propor um problema se fazem necessárias ações cognitivas relativas à situação a ser investigada e à elaboração de uma estrutura em forma de um texto escrito ou oral de modo que a comunicação seja clara para os demais. Segundo Barwell (2011, p. 2), “examinar como os alunos escrevem seus próprios problemas fornece algumas informações sobre quais recursos eles conhecem, não apenas como uma tarefa matemática, mas também como uma forma de texto”.

Com vistas a evidenciar elementos que alunos da 2ª série do Ensino Médio levaram em consideração para a proposição de problemas em suas discussões em aulas de Matemática subsidiadas pela modelagem matemática, nos pautamos em uma abordagem qualitativa a partir de dados produzidos em uma escola pública do interior de São Paulo.

A fundamentação teórica se pauta na modelagem matemática e na proposição de problemas, abordada no tópico subsequente deste artigo. Em seguida, o contexto da pesquisa e os aspectos metodológicos são descritos. Dos quatro grupos formados na sala de aula, elegemos analisar dois deles, levando em consideração a disponibilidade dos dados produzidos. A descrição e a análise da proposição do(s) problema(s) são abordadas no quarto tópico. Findamos o artigo com algumas conclusões.

2 QUADRO TEÓRICO

A palavra problema provém do latim *problema-atis* designando algo que está à sua frente; obstáculo. Pode ser associado à uma situação em que se inclua a possibilidade de uma alternativa para ser escolhida. De modo geral, não é redutível à dúvida, muito embora em certos contextos, a dúvida, também se configure como um problema. De acordo com o dicionário de filosofia, a noção de problema “foi elaborada pela matemática antiga que a distinguiu da noção de teorema” (Abbagnano, 2012, p. 934).

Ao nos referirmos ao contexto do ensino e da aprendizagem, um problema é caracterizado como “qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método ‘correto’ específico de solução” (Van de Walle, 2009, p. 57). De modo geral, a proposição de um problema está associada à ação de fazer uma pergunta. Porém, como assevera Stillman (2015, p. 42), “nem todos os problemas vêm com perguntas, assim como nem todas as perguntas se referem a



problemas; mas para começar a encontrar um problema e a apresentá-lo, as perguntas são uma ferramenta pedagógica útil”.

Uma das competências gerais da Educação Básica, segundo a Base Nacional Comum Curricular, compreende a necessidade de os alunos “formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas” (Brasil, 2018, p. 9). Essa competência é transversal a todas as disciplinas da Educação Básica. Especificamente na componente curricular Matemática no Ensino Médio, há a responsabilidade de dar “sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos” (Brasil, 2018, p. 529).

A modelagem matemática, segundo Stillman, Brown e Geiger (2015), é estruturada a partir da proposição de um problema oriundo de uma situação real. De fato, o problema é a gênese de uma atividade de modelagem e definir um problema pode se configurar como o maior desafio quando do envolvimento com uma situação a ser investigada. Albert Einstein (1879-1955) já afirmava: “Se me dessem uma hora para salvar o planeta, eu gastaria 59 minutos definindo o problema e um minuto resolvendo”. Não obstante, essa afirmação não desconsidera a complexidade na resolução de um problema, o que podemos entender é que diante de tantas situações, escolher uma e, ainda, estruturar um problema para ser solucionado antecede o desafio de resolvê-lo. Segundo Cai et al. (2015, p. 5), “a responsabilidade de perceber um problema e subsequentemente enquadrá-lo de forma produtiva recai diretamente sobre o solucionador”.

Em uma atividade de modelagem, a proposição do problema deve levar em consideração a possibilidade de ele ser abordado ou analisado por meio da Matemática, o que requer uma tradução no domínio matemático e a construção de um modelo matemático, que deve ser interpretado e validado para, então, se obter uma solução para o problema (Niss; Blum, 2020).

Da proposição do problema à sua solução se faz necessário “buscar informações sobre a situação inicial, identificar e selecionar variáveis, elaborar hipóteses, realizar simplificação, obter um modelo matemático, resolver o problema por meio de procedimentos adequados e analisar a solução” (Vertuan; Silva, 2018, p. 324). Esse conjunto de ações “ajuda os alunos a compreender melhor o mundo” e “dá suporte à aprendizagem da matemática” (Blum; Borromeo Ferri, 2009, p. 47).

A Modelagem Matemática entendida como uma forma de possibilitar aprendizagem da matemática tem como desafio, segundo Carreira e Baioa (2018), recriar um ambiente em que se favoreçam ações educativas cuja centralidade está no aluno. O professor



passa a ser um orientador, aquele que envolve os alunos com o desenvolvimento da atividade de modelagem de forma que eles abordem situações não matemáticas por meio da matemática (Blum; Borromeo Ferri, 2009, Almeida; Silva; Vertuan, 2012, Vertuan; Silva, 2018, Carreira; Baioa, 2018). Um aspecto que auxilia no envolvimento dos alunos é abarcar temas/problemas de seus interesses. Em pesquisa desenvolvida sobre interesses dos alunos em problemas de modelagem, Elfringhoff e Schukajlow (2021, p. 27) evidenciaram que:

Quando os alunos têm um alto nível de interesse inicial antes de resolverem um problema, seu envolvimento na solução de problemas pode aumentar e, por meio do envolvimento, os alunos podem manter o interesse e aumentar suas competências de modelagem a longo prazo.

Em contrapartida, em pesquisa desenvolvida por Parhizgar e Liljedahl (2019) evidenciou-se que os alunos estão mais interessados em resolver problemas de palavras do que problemas de modelagem. No estudo, os pesquisadores indicaram como razões o desinteresse de certos contextos do mundo real e uma sensação de baixa competência para a resolução de problemas de modelagem. A segunda razão pode estar fundamentada no fato de que nos problemas de palavras “algumas perguntas são feitas como parte de uma narrativa curta e verbalmente formulada sobre uma situação do mundo real mais ou menos idealizada, acompanhada de algumas informações quantitativas” (Niss; Blum, 2020, p. 25-26). Desse modo, um problema de palavras pode surtir em mais sucesso pelos alunos, por se apresentar de modo mais objetivo quando comparado com problemas de modelagem, pois as “informações básicas apresentadas são necessárias e suficientes para a solução do problema” (Niss; Blum, 2020, p. 30). De modo geral, os problemas presentes em livros didáticos se configuram como problemas de palavras em que a resolução consiste em “um processo simples de traduzir palavras em uma expressão matemática e, em seguida, resolver o problema” (Barwell, 2011, p. 2).

Verschaffel, Greer e Corte (2000) asseguram que pode ser natural considerar os problemas de palavras como um tipo específico de problema de modelagem, que se apresenta de forma estilizada e restrita. Esses pesquisadores defendem uma perspectiva em que os alunos precisam recorrer a fontes de informação para resolver os problemas de palavras, o que lhes confere uma abordagem mais realista.

Mesmo que não seja unânime, alguns pesquisadores endossam essa perspectiva, ressaltando que a resolução dos problemas de palavras apresenta um processo mais sucinto, visto que para resolver um problema de modelagem inclui-se procedimentos como “pré-matematização com sua infinidade de aspectos, matematização, tratamento



matemático, de-matematização, validação dos resultados do modelo e avaliação de todo o modelo” (Niss; Blum, 2020, p. 31).

Bliss e Libertini (2016) ilustram encaminhamentos que permitem transformar problemas matemáticos em problemas de palavras e, por sua vez, problemas de palavras em problemas de modelagem. Segundo as autoras, pode-se adicionar rótulos a um problema matemático de modo a transformá-lo em um problema de palavras, e adicionar contexto e significado, transformando-o em um problema de aplicação. Porém, a transformação para “um problema de modelagem também deve fornecer espaço para que os alunos interpretem o problema e tenham escolhas no processo de solução” (Bliss; Libertini, 2016, p. 12). Entendemos que esse espaço é subsidiado pelas ações do professor em sala de aula enquanto orientador do processo de resolução do problema.

Levando em consideração as especificidades relativas à proposição de problemas, nosso objetivo nesta investigação é evidenciar elementos que alunos da 2ª série do Ensino Médio levaram em consideração para a proposição de problemas em suas discussões em aulas de Matemática subsidiadas pela modelagem matemática.

3 METODOLOGIA

No segundo semestre de 2022, após ter desenvolvido duas atividades de modelagem matemática com a turma da 2ª série do Ensino Médio de uma escola pública localizada no interior do estado de São Paulo, a professora (terceira autora deste artigo) implementou o segundo momento de familiarização (Almeida; Silva; Vertuan, 2012) com os alunos. No segundo momento de familiarização, “uma situação-problema é sugerida pelo professor aos alunos, e estes, divididos em grupos, complementam a coleta de informações para a investigação da situação” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 26).

Com a intenção de abordar uma ou mais situações-problema de interesse dos alunos, de forma antecipada às aulas subsidiadas pela modelagem matemática, a professora elaborou e disponibilizou no formulário do *Google Forms* duas questões que deveriam ser respondidas individualmente: 1- Existem várias situações de nossa vida que podemos estudar Matemática, como a construção de uma rampa, estimar o valor da fatura de energia elétrica e outras. Pensando nisso, proponha uma ou mais situações para estudarmos Matemática. 2- Explique por que você gostaria de estudar essas situações.

Dos 36 alunos da turma, 22 responderam às questões, porém dois mencionaram a construção de rampas que foi uma temática já desenvolvida por eles e um respondeu “Sei



lá”. Ao analisarmos as respostas dos outros 19 alunos, evidenciamos a ocorrência de 12 temáticas, conforme consta no Quadro 1. Na frente de cada temática indicamos a quantidade de alunos que a citou na resposta ao formulário. Por meio de uma análise preliminar, com o intuito de considerar situações para serem investigadas no âmbito da sala de aula, realizamos um agrupamento das temáticas em três situações - orçamento familiar: no controle das despesas, cuidar de si: saúde em primeiro lugar, a vida no campo e na cidade: transportes e tecnologias.

Quadro 1: Situações evidenciadas a partir das temáticas sugeridas pelos alunos

Temáticas indicadas pelos alunos no formulário	Situação evidenciada
Calcular troco [2] Fazer fechamento do mês e ver quanto gastamos [1] Estimar valor da fatura de energia ou água [1] Montar uma empresa [1] Proporção de ingredientes de uma receita para a quantidade de pessoas que vai servir [4] Produção de peças do vestuário [1].	(1) Orçamento familiar: no controle das despesas
Fazer cálculo de quantos litros de água todos os alunos da escola consomem diariamente [1] Valor energético dos alimentos, quantas calorias gastamos para cada atividade no dia, mês ou ano [1]	(2) Cuidar de si: saúde em primeiro lugar
Proporção de hectares e alqueires [2] Comprimento e largura de máquinas do agro [1] Na construção civil [2] Na Engenharia Mecânica [2]	(3) A vida no campo e na cidade: transportes e tecnologias

Fonte: da pesquisa (2022)

No dia 17 de novembro, em um encontro de 5 horas-aula, a professora solicitou aos 21 alunos presentes em sala de aula que se organizassem em quatro grupos (G1, G2, G3 e G4). Os alunos se organizaram de acordo com a afinidade, de modo que o G1 e o G2 foram formados por cinco integrantes, G3 por quatro integrantes e G4 por sete integrantes. A professora listou as três situações na lousa e orientou os grupos a propor um ou mais problemas relacionados a elas.

As comunicações estabelecidas entre os integrantes dos grupos foram gravadas com seus respectivos telefones celulares mediante autorização dos pais e da coordenação da escola e, posteriormente, encaminhadas para a professora. Considerando a limitação de espaço de alguns dos aparelhos, tiveram grupos que gravaram momentos que consideraram pertinentes e que estavam relacionados à proposição dos problemas. O G2 gravou somente a parte em que estavam escrevendo o enunciado do problema, não permitindo revelar as discussões feitas pelos seus integrantes. Já o G3 teve problemas com os áudios produzidos e não os enviou para a



professora. Assim, neste artigo, analisamos os problemas propostos por G1 e G4 que estão apresentados no Quadro 2.

Quadro 2: Problema(s) proposto(s) pelos grupos analisados

Grupo	Problema(s) proposto(s)
G1	P1: Davi viaja cinco vezes na semana, menos sábado e domingo, para outra cidade. Para ir e voltar ele gasta R\$20,00. Quanto Davi gastará em um ano? P2: Uma escola precisa comprar 150 notebooks para os alunos. Sabendo que cada notebook custa R\$1500,00 reais, quanto a escola irá gastar?
G4	P1: Tiburcio terá que gastar 450 calorias na esteira. Sabendo que ao percorrer a distância de 8 km, são perdidas 1000 calorias, qual a distância que ele deverá percorrer para atingir sua meta?

Fonte: da pesquisa (2022)

Neste artigo, de modo a evidenciar elementos que alunos da 2ª série do Ensino Médio levaram em consideração para a proposição de problemas em suas discussões em aulas de Matemática subsidiadas pela modelagem matemática, nos debruçamos principalmente nas discussões empreendidas pelos integrantes dos grupos que foram transcritas na íntegra. No corpo do texto, os alunos são referenciados por nomes fictícios. Para a professora, utilizamos a letra P.

As características que permeiam o encaminhamento desta pesquisa, desde a coleta de dados até as análises e inferências para a questão investigada, apresentam caráter de “qualitativa”, no sentido atribuído por Bogdan e Biklen (1994). Segundo os autores, na pesquisa qualitativa, os pesquisadores têm como objetivo melhor compreender o comportamento e a experiência humana, se colocando como o principal instrumento da pesquisa.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Ao listar as situações do Quadro 1 na lousa, a professora solicitou aos alunos que propusessem problemas que, posteriormente, seriam solucionados pelos colegas e por eles. No âmbito das aulas com modelagem matemática, os alunos foram “encorajados a conectar o seu conhecimento matemático com o contexto externo” (Swan et al., 2007, p. 7), desde a indicação de uma situação para ser abordada por meio da matemática até a proposição de problemas para serem solucionados. Além disso, sendo os alunos os responsáveis por propor problemas, a partir de pelo menos uma das situações indicadas, a professora colocou-os em ação para realizar “a transição da situação complicada do



mundo real para uma declaração de problema para começar a matematizar” (Stillman, 2015, p. 41).

Em resposta ao formulário, a Ana e a Maria, do G1, indicaram abordagens em que poderiam estimar gastos mensais e ver qual a melhor forma de distribuir o salário (Ana) e fazer um fechamento do mês e ver quanto gastamos (Maria). As justificativas de escolha estavam subsidiadas em possibilidade de morar sozinha e na necessidade de organizar os gastos, respectivamente. Trata-se de abordagens advindas das experiências com o mundo ou baseadas nelas (Niss; Blum, 2020). Em certa medida, as indicações das alunas já possibilitavam uma investigação passível de abordagem matemática. Nesse sentido, as ações da professora de solicitar que os alunos respondessem ao formulário possibilitou aos alunos “colocar os seus problemas primeiro” (Stillman, 2015, p. 49).

Todavia, enquanto uma atividade em grupo, os outros três integrantes teriam de aceitar a temática. O grupo, então, se debruçou em investigar quanto gastaria de transporte caso um integrante tivesse que se deslocar de uma cidade a outra diariamente. Esse interesse pode estar respaldado no ingresso em um curso do Ensino Superior ou na possibilidade de se inserir no mercado de trabalho na referida cidade. Tal abordagem impactaria o orçamento familiar, se aproximando da situação 1 (Orçamento familiar: no controle das despesas). A professora, então, ao perceber uma movimentação no grupo questionou:

P: Seria um problema?

Ana: É.

P: Mas gasta o quê? O que ele gasta?

Danilo: Ué, depende do que ele vai.

Ana: Dinheiro.

P: Ele pode gastar combustível, ele pode gastar...

[Alunos falando ao mesmo tempo]

Jonas: Mas para gastar combustível você tem que gastar dinheiro.

P: E aí? Por que essa ideia Jonas? No transporte.

[Silêncio].

P: Achei que você ia fazer alguma coisa fora e surgiu o interesse para pensar: ué quanto que dá para gastar por mês?

Danilo: Mas entra também no orçamento, né? Por quê? Que que eu posso fazer com a projeção do orçamento familiar? Posso pegar com base no salário que ganha no mês? Posso pensar aí ó, quanto que eu ganho por mês, quanto é que estou gastando só de transporte.

P: Mas na vida a gente só tem transporte? Quando a gente pensa no orçamento familiar só transporte? Que que a gente gasta?

A partir dos questionamentos da professora, os integrantes do G1 se direcionaram a investigar os custos com ônibus de uma empresa de transporte rodoviário. Os questionamentos, indicaram para os alunos que a formulação do problema “pode ocorrer de muitas maneiras diferentes, resultando em muitos problemas diferentes” (Stillman, 2015, p. 42). A definição pelo ônibus, em certa medida, possibilitaria calcular um valor fixo



com passagens para o deslocamento entre as cidades, visto que com o veículo próprio os custos poderiam variar.

O grupo, então, pesquisou, com o telefone celular, o valor da passagem de ônibus. Para isso, acessaram o site da única empresa de transporte rodoviário da cidade, encontraram o valor cobrado para a passagem, que na época do desenvolvimento da atividade era de R\$ 10,00 e elaboraram um contexto a ser investigado, considerando uma situação que poderiam vivenciar, seja como estudante ou trabalhador:

Danilo: Sabendo que ir daqui para Assis está dez reais e o Davi vai a semana inteira para Assis, quanto Davi vai gastar em uma semana, entendeu?

Jonas: Entendeu! Setenta.

Danilo: Ahn?

Jonas: Setenta!

Danilo: Que setenta?

Jonas: Ué, uma semana...

Danilo: Fio (sic), vai ir e voltar. Ele vai e volta todo dia. É vinte por dia, se está dez para ir mais dez para voltar! Entendeu? A conta é mais complicada, mano!

Ao considerar a escolha pela viagem de ônibus, Danilo iniciou a proposição do problema. Para isso, sentiu necessidade de contextualizar o problema, inserindo um personagem e uma localidade - Davi, Assis - e todos os dados numéricos necessários para ser utilizado na resolução - dez reais, uma semana. Dependendo desse valor, parte do orçamento familiar que Ana e Maria queriam investigar estaria comprometido.

De imediato, Jonas respondeu “Setenta”, ou seja, o produto de dez (valor da passagem) por sete (quantidade de dias da semana). Essa resposta causou uma instabilidade em Danilo com relação ao enunciado do problema que estava propondo. De fato, havia necessidade de ir sete vezes na semana, mas também de voltar. O que podemos asseverar é que ao escrever problemas, os alunos fornecem “algumas informações sobre quais recursos eles conhecem, não apenas como uma tarefa matemática, mas também como uma forma de texto” (Barwell, 2011, p. 2). A escrita de um problema, mesmo com todas as informações inseridas exige “capacidade de formular descrições matemáticas e articulá-las por escrito ou verbalmente de forma que possam ser compreendidas por outros” (Swan et al., p. 7), de maneira que o resolvidor resolva-o da forma como foi estruturada pelo formulador do problema.

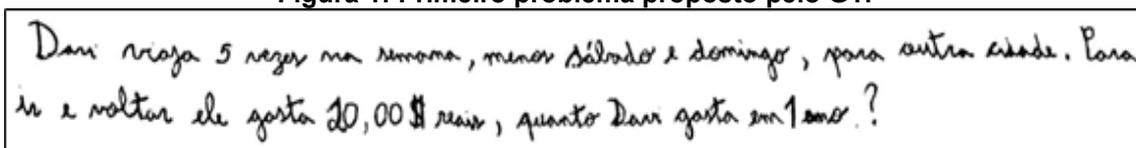
Com isso, Danilo especificou para o colega que seriam duas viagens diárias, pois Davi teria de ir e voltar e, de certo modo, inseriu essa informação nas discussões, conforme excerto a seguir:

Danilo: [...] viajo toda semana para outra cidade, qual o preço da passagem? Para ir e voltar gasta vinte reais. Quanto Davi gasta em um ano, para ficar mais complicado [do que] um mês, pronto!

As explicações de Danilo ajudaram Jonas “a compreender melhor o mundo” (Blum; Borromeo Ferri, 2009, p. 47), no que se refere às viagens que seriam feitas e que, certamente, impactariam no orçamento familiar em estudo, visto que da forma como o problema havia sido inicialmente proposto essas informações não estavam explícitas.

No sentido de entender que o problema precisa ter todas as informações necessárias, os integrantes de G1, então, retomaram a abordagem da situação, considerando informar a quantidade de dias que o personagem viajaria, bem como quanto gastaria em cada uma delas, porém com um “dificultador” - em um ano - conforme indicado na Figura 1.

Figura 1: Primeiro problema proposto pelo G1.



Dani viaja 5 vezes na semana, menos sábado e domingo, para outra cidade. Para ir e voltar ele gasta 20,00\$ reais, quanto Dani gasta em 1 ano?

Fonte: registro escrito dos alunos de G1 (2022)

O processo da proposição desse problema mobilizou os alunos a considerarem uma situação que impactaria no orçamento familiar - viajar diariamente seja para estudar ou trabalhar. De modo simplificado, consideraram que, em um ano, a passagem de ônibus se manteria no mesmo valor. Em um contexto realista para o G1, conhecimentos relacionados à busca de informações sobre valor de passagens de ônibus foram revelados nos diálogos entre os integrantes do grupo. A ação de procurar a quantidade de dias úteis para a viagem, ou mesmo considerar algumas especificidades, como férias, poderia se fazer presentes na resolução desse problema, subsidiando “escolhas no processo de solução” (Bliss; Libertini, 2016, p. 12), o que poderia dar forma ao problema de modelagem.

Para a proposição do P2 (Uma escola precisa comprar 150 notebooks para os alunos. Sabendo que cada notebook custa R\$1500,00 reais, quanto a escola irá gastar?), os integrantes do G1 procuraram estabelecer um vínculo com a situação 3 (A vida no campo e na cidade: transportes e tecnologias). Ao ver a palavra tecnologia na situação, relacionaram-na com informática e nortearam as discussões, considerando equipar a escola com novos notebooks.

No momento da proposição do problema, vinte computadores de mesa estavam disponíveis para os alunos trabalharem em duplas ou trios em um laboratório na escola. Porém, havia espaço para até 40 equipamentos na sala, de modo que essa quantidade seria suficiente para que todos da turma manipulassem, individualmente, um computador.

Jonas: Uma escola...

Danilo: Precisa comprar!
Jonas: Quarenta.
Danilo: Que 40? Vamos fazer um bagueio [sic] mais complexo, da escola inteira!
Jonas: Ah, para com isso mano!
Danilo: Precisa comprar!
Jonas: O fio [sic]
Danilo: O que?

Na proposição do segundo problema, Danilo inicia considerando uma produção de texto, “Precisa comprar”, em que uma contextualização estaria presente. Entendemos que uma “situação fica ainda mais desafiadora quando os problemas são escritos principalmente como texto” (Maaß et al., 2018, p. 32), em que os alunos fazem suposições. O aluno Jonas se mostrou mais realista na discussão da proposição do problema, considerando que a quantidade de 40 computadores seria suficiente para atender os alunos de uma turma toda. No entanto, Danilo apresentou uma proposta otimista, sugerindo considerar a possibilidade de mais alunos terem acesso aos equipamentos ao mesmo tempo, de modo que considerou a compra de 150 notebooks, conforme o excerto transcrito a seguir:

Jonas: Professora, ele tá falando aqui que precisa comprar 150 notebooks para a escola!
P: Em qual?
Danilo: Mas é para 150 alunos, na escola!
Jonas: Mas não precisa... se comprar 40, aí a pessoa vai, cada sala vai utilizando um pouco.
Danilo: Mas aí com 150 fica mais difícil de resolver!
Jonas: Ah... vai então!
P: Nesse caso, vamos supor que vai suprir metade das turmas do período da manhã da escola!
Jonas: Mas vai dinheiro em fio [sic]?
[...]
Jonas: Tá [sic], quantos vai comprar?
Danilo: 150 notebooks fio [sic], aqui é um bagueio [sic] difícil!

A proposta de Jonas de comprar 40 notebooks parece ser mais realista para o contexto da escola em que estudavam do que a de Danilo. Ao afirmar “se comprar 40, aí a pessoa vai, cada sala vai utilizando um pouco”, Jonas estava se referindo à dinâmica de uso dos notebooks na escola, em que os equipamentos eram transportados de sala em sala, por meio de um carrinho (Figura 2).

Figura 2: Notebooks e carrinho utilizado no seu transporte.



Fonte: arquivo da professora (2022)

Embora parecesse que Danilo mostrasse interesse em comprar equipamentos para uma maior quantidade de alunos utilizar, a sua intenção, pelo excerto supracitado, claramente, correspondia a deixar o problema “mais difícil de resolver”, considerando que a complexidade estava em realizar uma operação de multiplicação com um número de maior grandeza, mesmo que não atendesse toda a escola ao mesmo tempo, pois a professora informou que supriria metade das turmas de um turno. O que podemos conjecturar é que “os alunos formularam questões sobre o contexto e pensaram sobre a utilidade do seu conhecimento matemático para investigar as questões” (Swan et al., 2007, p. 7), visto que saber operar com número de maior grandeza poderia revelar conhecimento matemático do possível resolvidor do problema.

Todavia, estimar um valor a ser destinado para atender uma das necessidades tecnológicas da escola necessitava considerar o custo de cada equipamento. Essa ação foi realizada pelo G1, que dispunha de acesso à internet e de seus próprios telefones celulares:

Danilo: [...] sabendo que cada notebook custa por volta de R\$ 1500,00.

Jonas: Quanto?

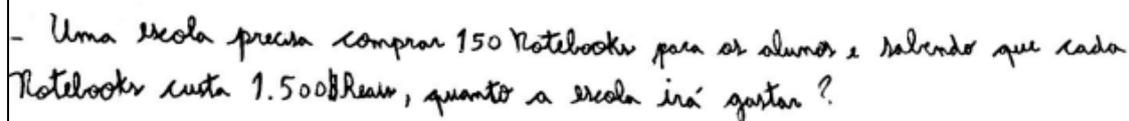
Danilo: R\$ 1500,00 cada notebook! Vi aqui no site de uma loja que um notebook está R\$1655,00 [apontando para o telefone celular], mas acho que comprando essa quantidade dá para ter um desconto. Acho que falar R\$ 1500,00 dá para fazer uma aproximação do quanto...

Jonas: Quanto a escola vai gastar?

Danilo: É.

Embora os alunos estivessem buscando uma forma de proposição de problema em que todas as “informações básicas apresentadas são necessárias e suficientes para a solução” (Niss; Blum, 2020, p. 30), houve necessidade de investigação para definir o valor de um notebook, mesmo apresentando-o de forma simplificada (Figura 3). Essa simplificação – “comprando essa quantidade dá para ter um desconto” – revelou conhecimento do aluno com relação a desconto para compras no atacado.

Figura 3: Segundo problema proposto pelo G1.



- Uma escola precisa comprar 150 Notebooks para os alunos e sabendo que cada Notebook custa 1.500 Reais, quanto a escola irá gastar?

Fonte: registro escrito dos alunos de G1 (2022)

Na proposição do segundo problema, o G1 iniciou elaborando um problema em que estabeleceram uma condição para suprir as necessidades tecnológicas de um local que frequentavam diariamente – a escola. De maneira similar ao P1, os alunos buscaram informações sobre valores em sites da internet e configuraram um problema de palavras, constando todas as informações necessárias para a sua resolução. O movimento de proposição configurou a investigação em que a dinâmica do uso de notebooks nas salas foi o mote para se discutir a necessidade de compra de uma quantidade de equipamentos que supriria uma quantidade maior de alunos, da que estava suprindo na atualidade.

O G4 propôs um problema e este estava vinculado à situação 2 (Cuidar de si: saúde em primeiro lugar). De fato, a integrante do grupo Maya, em resposta ao formulário mencionou “Valor energético dos alimentos, quantas calorias gastamos para cada atividade no dia, mês ou ano”, permanecendo fiel à sua indicação de situação passível de ser investigada via matemática. Com isso, conjecturamos que para Maya já existia, de antemão, no seu repertório de experiências, um problema, porém, o que se precisava era que, na sequência, esse problema fosse “formulado, ou seja, colocado, de uma determinada maneira” (Stillman, 2015, p. 42). Por meio de um questionamento da professora sobre a escolha, Maya justificou:

P: A saúde? E uma pergunta que eu faço a vocês, por que vocês escolheram esse tema?

Maya: Porque a gente é bombado professora!

Segundo a resposta de Maya – “bombado” –, a intenção do grupo estava voltada em tratar de aspectos relativos à atividade física, mais especificamente, para a musculação. Ao se inserir no problema – “a gente é bombado” – evidenciamos que os alunos trataram de um elemento pessoal em um contexto em que estão inseridos, ou pelo menos alguns deles. Porém, somente o fato de estarem inseridos no contexto não pareceu ser o suficiente para o grupo, visto que houve a necessidade da presença de um personagem – Tiburcio – na estruturação do enunciado, conforme excerto a seguir:

Lucas: O nome do cara será Tiburcio! Tiburcio teve que queimar tantas...

Gabi: Teve não né?

Lucas: Vai ter que queimar...

Gabi: Tiburcio terá que queimar...

Lucas: Tem que falar uma quantidade, pô!

Gabi: Quanto? 50 pode ser?
Maya: Não.
Gabi: Umas 500 calorias na esteira.
Lucas: Isso, coloca 500 calorias na esteira.
Maya: Estava pensando em uma musculação, pois queimava muito mais.
Lucas: Vamos supor um quilômetro por hora.
Maya: Tem que perguntar em quantos quilômetros ele vai fazer isso.

Ao corrigir o tempo verbal na proposição do enunciado do problema, Gabi parece se preocupar com a forma linguística do problema em que uma resposta será obtida em um futuro em que Tiburcio terá que queimar. Na sequência da discussão, Lucas parece ter sentido a necessidade de inserir dados quantitativos no problema – “Tem que falar uma quantidade” – restringindo a abordagem para uma resolução simplista. Para Verschaffel, Greer e Corte (2000) essa abordagem “fechada”, na qual se esperava a utilização apenas das informações dadas e um método matemático específico, é simplista e leva à suspensão da criação de sentido. Trata-se de estruturas geralmente presentes em enunciados de problemas de livros didáticos. Porém, considerando as discussões realizadas pelos integrantes do grupo, as simplificações permitiram-lhes “distinguir o relevante do irrelevante e a construir relações entre variáveis” (Swan et al., 2007, p. 7), como considerar 50 calorias, como proposto por Gabi pareceu, de antemão, ser refutada.

Para a proposição do problema, o grupo elaborou um contexto vislumbrando uma situação que poderiam vivenciar, todavia, sentiu a necessidade de pesquisar em algum site da internet, com o telefone celular, uma distância necessária que uma pessoa deveria percorrer para perder calorias. O que evidenciamos é que, muito embora, o problema estivesse sendo estruturado como problema de palavras, aspectos de problemas de modelagem se fizeram presentes: “Os modeladores precisam decidir o problema específico que desejam resolver, quais informações precisarão para resolvê-lo, quais ferramentas matemáticas serão úteis e como saberão quando tiverem uma solução útil” (Bliss; Libertini, 2006, p. 28).

Na pesquisa, o grupo encontrou que para gastar 1000 calorias é necessário caminhar 8 km em uma hora. No entanto, um impasse foi gerado na discussão entre os integrantes do grupo que correspondia à quantidade de calorias que teria de ser gasta, mais uma vez atrelando a necessidade de se inserir dados quantitativos ao problema, conforme excerto transcrito a seguir:

Gabi: Mas quanto você queima na academia?
Maya: Vou pesquisar.
Gabi: Não, vou colocar que ele precisa queimar 2 300 calorias.
Lucas: Isso!
Maya: O moleque vai morrer!
Gabi: Sabendo que em um quilômetro você queima quanto?
Maya: Não tem como ele queimar 2000 calorias.



Gabi: Por que não?
Maya: Não tem como, é impossível, porque em oito quilômetros você faz 1000 calorias.
Gabi: Como é impossível, só ele correr 16 quilômetros!
Maya: Todo mundo gasta 2000 calorias para sobreviver, se ele queimar 4000 calorias ele vai sumir.
Gabi: Eu não falei 4000, falei 2300!
Maya: Se ele gastar 2000 na esteira, 2000 vivendo, ele vai gastar quantos?
Gabi: 4000!
Maya: Então!
Gabi: Ué, mas a gente não tem mais do que 2000 calorias no corpo para gastar, hein?
Pietro: Não sei.

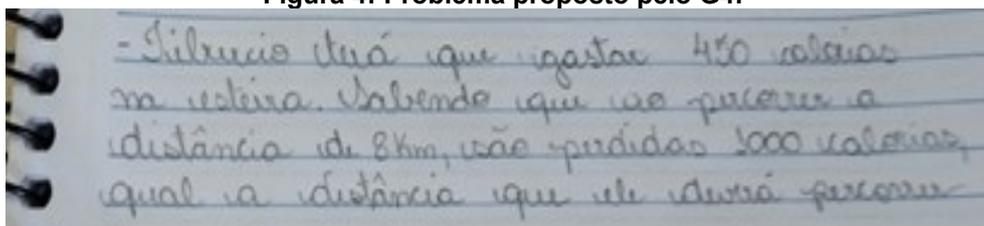
Ponderamos que para Gabi, o problema estava se configurando como uma tarefa matemática, com “representações estilizadas de experiências hipotéticas” (Barwell, 2011, p. 1), introduzindo considerações que poderiam não ser apropriadas – Como é impossível, só ele correr 16 quilômetros! Porém para Maya, que estava inserida no contexto real de frequentar uma academia, além de ter realizado pesquisa em sites da internet, o problema se apresentava de forma realista e, para seu entendimento, não seria possível gastar 2000 calorias na esteira. Segundo Chica (2001, p. 151), “quando o aluno cria seus próprios textos de problemas, ele precisa organizar tudo que sabe e elaborar o texto, dando-lhe sentido e estrutura adequados para que possa comunicar o que pretende”.

A partir do valor obtido, com relação à quilometragem que se deveria percorrer para gastar 1000 calorias, os integrantes do grupo ainda fizeram algumas considerações de modo a tornar o problema mais complexo no âmbito de sua resolução, conforme excerto transcrito a seguir:

Gabi: Eu vou colocar... 450, aí fica mais difícil.
Fábio: Para queimar 1000 calorias tem que percorrer 8 km, quantos quilômetros seriam para queimar 500 calorias?
Maya: Gastado, você gasta calorias, não queima ela na real.
Gabi: Então, terá que gastar, quantas calorias em um quilômetro?
Maya: Mil calorias em oito quilômetros.
Gabi: Em oito quilômetros são perdidas mil calorias.

A busca pela complexidade para um potencial resolvidor, ignorando que eles mesmos poderiam resolver, ficou atrelada a uma determinada projeção de valor: Tiburcio terá que gastar 450 calorias na esteira (Figura 4). Ao solicitar em aulas de Matemática a proposição de um problema, o professor pode evidenciar quais recursos os alunos “conhecem, não apenas como uma tarefa matemática, mas também como uma forma de texto” (Barwell, 2011, p. 2).

Figura 4: Problema proposto pelo G4.



Fonte: registro escrito dos alunos de G4 (2022)

O problema, assim como está na Figura 4, configurou aspectos de problema de palavras, visto que “é apresentado por meio de algumas linhas de texto em linguagem comum, complementadas por números e unidades elementares” (Niss; Blum, 2020, p. 30). Além disso, pode solicitar a um possível resolvidor uma única resposta, visto que os alunos, na sua proposição, “pautaram-se nas operações aritméticas, e o algoritmo foi a estratégia utilizada” (Carneiro, 2015, p. 203). Porém, “o tratamento matemático que leva a essa resposta pode – em princípio, embora não necessariamente na prática – variar consideravelmente” (Niss; Blum, 2020, p. 30), assim como variaram as discussões realizadas pelos integrantes do G4 em sua proposição.

Ambos os grupos de alunos, para propor problemas a partir de situações que, de certo modo, foram escolhidas por eles, filtradas pelos professores e elencadas na sala de aula, partiram de um contexto em que consideraram aspectos pessoais – orçamento familiar no pagamento de viagens diárias para outra cidade e cuidar da saúde por meio do estudo de calorias perdidas em uma caminhada. A partir desses aspectos, elementos de ordem quantitativa foram inseridos nos problemas, de modo que a proposição focou em “problemas para cuja resolução pautaram-se nas operações aritméticas, e o algoritmo foi a estratégia utilizada” (Carneiro, 2015, p. 203), aproximando-se de problemas de palavras.

No entanto, para a proposição desses problemas de palavras, houve um processo de investigação pelos alunos de modo a incluir “informações matemáticas e extramatemáticas da situação a ser investigada” (Almeida, 2022, p. 136) em pesquisar valores de passagens e notebooks, no caso de G1, e gastos de calorias, no caso de G2. Porém esse procedimento só se tornou visível ao analisarmos as discussões empreendidas no grupo durante a proposição. Ou seja, o enunciado deixa o problema completamente estruturado, porém a pergunta produzida por outros foi subsidiada por pré-matematização da situação-problema em estudo.

A análise das atividades indicou que, ao formular enunciados de problemas, os alunos, inicialmente com pouca experiência, basearam-se em estruturas de problemas de

palavras comuns em livros didáticos, mas ampliaram essa abordagem para contextos mais realistas e significativos. Dentre os quatro grupos observados, foram analisados mais detalhadamente dois, cujas propostas integraram elementos pessoais e coletivos. Esses problemas incluíram cenários relevantes, como a compra de passagens de ônibus para deslocamento e a prática de atividades físicas, além de abordarem questões da comunidade escolar, como a compra de notebooks para a escola.

Os alunos utilizaram personagens fictícios para contextualizar as situações e deram atenção à estrutura do enunciado, ajustando o tempo verbal e incluindo dados quantitativos para tornar o problema mais desafiador. Embora as produções tenham seguido a estrutura tradicional de problemas de palavras, com introdução, informação e pergunta, os estudantes demonstraram compreensão da modelagem ao incorporar dados reais e adaptar o problema conforme as pesquisas realizadas, o que os distanciou de uma abordagem meramente ilustrativa

5 CONCLUSÃO

A fim de aproximar o ensino de matemática da vivência dos alunos, focamos na modelagem matemática como abordagem para incentivar discussões e a proposição de problemas em sala de aula. Com essa abordagem, buscou-se destacar os elementos que alunos da 2ª série do Ensino Médio consideraram ao propor problemas, refletindo suas realidades e interesses.

Dessa forma, a proposição desses problemas inseriu os alunos em um processo investigativo que pode prepará-los para etapas mais avançadas de familiarização com a modelagem matemática. Com o apoio da professora, esses processos fomentaram maior autonomia na definição e investigação de problemas, promovendo uma aprendizagem que transcende o modelo tradicional e se aproxima mais de uma educação matemática crítica e contextualizada.

De acordo com as análises realizadas pode se apresentar os elementos que os alunos consideraram, tanto no contexto como na estrutura dos enunciados, ao propor problemas baseados em situações do cotidiano. Esse detalhamento reforça a análise qualitativa feita, especialmente ao evidenciar que os alunos, apesar de se inspirarem em problemas tradicionais, avançaram para uma contextualização mais significativa e investigativa, o que diferencia esses problemas de simples problemas de palavras para problemas de modelagem.



Apesar de os enunciados apresentarem características de problemas de palavras, as discussões empreendidas nos grupos foram permeadas por dois conjuntos de elementos principais relativos ao contexto e à estrutura do enunciado, que subsidiaram processos de investigação pelos alunos. Com relação ao contexto, aspectos pessoais relativos à compra de passagens de ônibus para deslocamento entre cidades e a atividades físicas foram determinantes para a escolha do encaminhamento dado em dois dos três problemas analisados.

Todavia, os alunos sentiram a necessidade da presença de um personagem para realizar a viagem (Davi) e para desenvolver a atividade física (Tiburcio), entendendo que assim estariam contextualizando o problema. Em um terceiro problema, aspectos de interesse de uma comunidade escolar, como a compra de notebooks para equipar a escola se fizeram relevantes e a indicação da própria escola estava implícita no enunciado. Porém, a partir de pesquisas em sites da internet, informações reais foram inseridas nos enunciados, atrelando aspectos realistas que poderiam vivenciar, descartando inclusive considerações não apropriadas.

No que compete à estrutura do enunciado, os alunos se atentaram à forma linguística do texto, considerando o tempo verbal para a sua construção, bem como dados quantitativos e reformulações para tornar o problema mais complexo para um possível resolvidor.

O formato em que os enunciados se findaram aproximou, como já esperado, a um problema de palavras que teve como principal característica “uma estrutura de três partes: cenário, informação e pergunta” (Barwell, 2011, p. 2). Porém, entendemos que as ações dos alunos para a proposição do problema se embasaram em problemas de modelagem em que os “dados que faltam para resolver o problema da vida real devem ser procurados e não são dados, como é comum em problemas de palavras” (Borromeo Ferri, 2018, p. 94).

Além disso, verifica-se que as abordagens trazidas das experiências dos alunos com a modelagem podem prepará-los para níveis mais avançados de familiarização e autonomia, sugerindo o papel crucial do professor em orientar esses procedimentos. Essa abordagem corresponde ao objetivo do artigo, uma vez que foca nas experiências e aprendizagens dos alunos na proposição de problemas, bem como nos elementos da modelagem que possibilitam uma aprendizagem mais próxima de suas realidades.



REFERÊNCIAS

- ABBAGNANO, Nicola. *Dicionário de Filosofia*. 6ed. São Paulo: Editora WMF, 2012.
- ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. Uma abordagem didático-pedagógica da Modelagem Matemática. *Vidya*, Santa Maria, v. 42, n. 2, p. 121-145, jul./dez., 2022.
- ALMEIDA, Lourdes Werle de.; SILVA, Karina Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo: Contexto, 2012.
- BARWELL, Richard. Word Problems: connecting language, mathematics and life. In: ONTARIO. *The Literacy and Numeracy Secretariat. Ontario Association of Deans of Education. What works? Research into practice*. Research Monograph, n. 34, jun. 2011. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/1ERkidLB45qz_UNraZwOSuoE3nR26-L-V/view>. Acesso em 08 dez. 2022.
- BLISS, Karen; LIBERTINI, Jessica. What is Mathematical Modeling? In: GARFUNKEL, Sol; MONTGOMERY, Michelle. *GAIMME: Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education*. COMAP, SIAM: Reston, Philadelphia, 2006.
- BLUM, Werner; BORROMEO FERRI, Rita. Mathematical modelling: can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, v. 1, n. 1, p. 45-58, 2009.
- BOGDAN, Robert Charles; BIKLEN, Sara Knopp. *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio*. Brasília, DF: MEC / Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso em: 20 fev. 2022.
- CAI, Jinfa; HWANG, Stephen; JIANG, Chunlian, SILBER, Steven. Problem-Posing Research in Mathematics Education: Some Answered and Unanswered Questions. In: SINGER, Florence Mihaela; ELLERTON, Nerida F.; CAI, Jinfa (Eds). *Mathematical Problem Posing: Research in Mathematics Education*. New York: Springer, 2015, p. 3-34.
- CARNEIRO, Reginaldo Fernando. Formulação e resolução de problemas em aulas de matemática de um 6º ano do Ensino Fundamental. *RPEM*, v. 4, n. 7, p. 1880-205, jul.-dez. 2015.
- CARREIRA, Susana; BAIOA, Ana Margarida Mathematical modelling with hands-on experimental tasks: on the student's sense of credibility. *ZDM Mathematics Education*, Berlin, v. 50, n. 1/2, p. 201-215, 2018.
- CHICA, Christiane H. Por que formular problemas? In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 151-173.
- ELFRINGHOFF, Mareike Schulze; SCHUKAJLOW, Stanislaw. What makes a modelling problem interesting? Sources of situational interest in modelling problems. *Quadrante: Revista de Investigação em Educação Matemática*, Lisboa, v. 30, n. 1, p. 8-30, 2021.
- MAAß, Jürgen; O'MEARA, Niamh; JOHNSON Patrick; O'DONOGHUE, John. *Mathematical Modelling for Teachers. a practical guide to applicable mathematics*. Switzerland: Springer, 2018.
- NISS, Mogens; BLUM, Werner. *The learning and teaching of mathematical modelling*. London, New York: Routledge, 2020.



PARHIZGAR, Zakieh; LILJEDAHN, Peter. Teaching modelling problems and its effects on students' engagement and attitude toward mathematics. In: CHAMBERLIN, Scott A.; SRIRAMAN, Bharath (Eds.). *Affect in mathematical modeling*. Cham: Springer, 2019. p. 235-256.

STILLMAN, Gloria Ann. Problem Finding and Problem Posing for Mathematical Modelling. In: HOE, Lee Ngan; DAWN, Ng Kit Ee (Ed.). *Mathematical Modelling: from theory to practice*. Singapore: World Scientific Publishing, 2015, p. 41-56.

STILLMAN, Gloria Ann; BROWN, Jill P.; GEIGER, Vince. Facilitating mathematization in modelling by beginning modellers in secondary school. In: STILLMAN, Gloria Ann; BLUM, Werner; BIEMBENGUT, Maria Salett. *Mathematical Modelling in Education Research and Practice: Cultural, Social and Cognitive Influences*. New York: Springer, 2015. p. 93-104.

SWAN, Malcolm; TURNER, Ross; YOON, Caroline; MULLER, Eric. The roles of modelling in learning mathematics. In: BLUM, Werner; GALBRAITH, Peter; NISS, Moggens (Eds.). *Modelling and applications in mathematics education*. New York: Springer, 2007. p. 275-284.

VAN DE WALLE, J. A. *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERSCHAFFEL, Lieven; GREER, Brian; CORTE, Eric. *Making sense of word problems*. Lisse: Swets & Zeitlinger, 2000.

VERTUAN, Rodolfo Eduardo; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. Pensamento estatístico em uma atividade de modelagem Matemática: ressignificando o lançamento de aviões de papel. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, São Paulo, v. 9, n. 2, p. 320-334, maio 2018.

