

Ludmila Maccali



Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES)

ludmilamaccali@yahoo.com.br

Marli Teresinha Quartieri



Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES)

mtquartieri@univates.br

Ieda Maria Giongo



Universidade do Vale do Taquari (UNIVATES)

igiongo@univates.br

ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DESENVOLVIDAS COM ESTUDANTES DE 7º E 9º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL ENVOLVENDO AS CONCEPÇÕES DA ÁLGEBRA

RESUMO

Neste trabalho apresentam-se resultados decorrentes de uma prática realizada com alunos de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas, com o intuito de analisar estratégias evidenciadas por estudantes de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental quando estes operam com atividades investigativas envolvendo o conteúdo da álgebra. Os aportes teóricos que sustentaram este trabalho estiveram alicerçados nas ideias de Usiskin (1995) quanto às concepções algébricas; e, Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) na Investigação Matemática. Os dados foram obtidos por meio de gravações de áudio, diário de campo do professor e estudantes. Salienta-se que os estudantes tiveram momentos de autonomia, formulando diferentes estratégias acerca de atividades investigativas.

Palavras-chave: Investigação Matemática; Ensino Fundamental; concepções algébricas.

INVESTIGATIVE ACTIVITIES DEVELOPED WITH 7TH AND 9TH YEARS OF FUNDAMENTAL EDUCATION INVOLVING THE CONCEPTIONS OF ALGEBRA

ABSTRACT

This essay presents results arising from a practice developed with Elementary School students of 7th and 9th grades from two public schools, located in Vale do Taquari/RS. The aim was to analyze the strategies elaborated by Elementary School students of 7th and 9th grades by realizing investigative activities in groups involving algebraic conceptions. The theoretical subsidy that sustained this essay were based on Usiskin's ideas (1995) in relation to the algebraic conceptions, and Ponte, Brocardo and Oliveira (2009), in relation to Maths Investigation. As data collection instruments were used the teacher's journal, activities developed by the students. The results showed that the activities provided to students autonomy moments, formulating different strategies by using Maths Investigation.

Keywords: Maths Investigation, Elementary School, algebraic conceptions.

Submetido em: 26/12/2017

Aceito em: 21/11/2018

Publicado em: 21/12/2018

DOI: 10.28998/2175-6600.2018v10n22p35-50



1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho, estão expostos resultados decorrentes de uma das atividades realizadas com estudantes de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental de duas escolas públicas gaúchas, vinculadas ao programa governamental Observatório da Educação. O referido programa teve o intuito de problematizar e propor estratégias metodológicas com vistas à inovação e reorganização curricular na disciplina de Matemática em seis escolas públicas de Educação Básica do Vale do Taquari, RS, e contou com o apoio financeiro da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior).

As atividades desenvolvidas foram planejadas e problematizadas dando ênfase à tendência de Investigação Matemática e ao conteúdo de álgebra. A efetivação dessa prática foi parte integrante para obtenção do grau de Mestre do Mestrado Profissional em Ensino em Ciências Exatas de uma das autoras do presente artigo. A investigação teve o propósito de analisar as distintas estratégias utilizadas por estudantes de 7º e 9º anos do Ensino Fundamental quando estes operaram com atividades investigativas envolvendo questões algébricas.

Cumprir destacar que os alunos do 7º ano ainda não conheciam todos os conteúdos de álgebra, aos quais os do 9º ano já haviam tido acesso. Neste sentido, teve-se o propósito de evidenciar que, com atividades de Investigação Matemática, os estudantes dos diferentes níveis de ensino conseguiriam elaborar distintas estratégias de resolução, embora ainda não tivessem tido contato mais sistemático com os conteúdos envolvidos.

2 APORTES TEÓRICOS

Uma investigação matemática, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), é decorrente de quatro momentos fundamentais. O primeiro consiste na elaboração e análise de atividades; já o segundo enfatiza a elaboração de hipóteses. Por sua vez, o terceiro é decorrente de verificação e refinamento das respostas e, por fim, a última etapa é a validação dos resultados obtidos. No quadro 1, apresentam-se tais momentos na visão dos autores citados.

Quadro 1- Momentos para realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer uma situação Problema • Explorar a situação problemática • Formular questões
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar dados • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar testes • Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte adaptado de Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 21).

Vale ressaltar que, segundo Brocardo; Oliveira (2009, p. 3), atividades de “[...] investigações matemáticas diferenciam-se das demais por serem situações-problema desafiadoras e abertas, permitindo aos alunos, várias alternativas de exploração e de investigação”. Logo, essas atividades podem ser bem definidas inicialmente, ou seja, todos os alunos partem da mesma situação problema, mas, no decorrer da resolução, há a possibilidade de as estratégias e conjecturas serem distintas (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2009). Considerando que atividades investigativas desafiam os estudantes, Ponte, Oliveira e Brocardo (2009, p. 23) corroboram essa afirmação, quando estes salientam que: “[...] o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização das provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e professor”.

Atividades de investigação matemática potencializam o trabalho em grupo, pois, como são questões abertas, permitem a formulação de distintas concepções, bem como a discussão em pequenos grupos que favorece o desenvolvimento das indagações. Brunheira e Fonseca (1995, p. 4) inferem que “as atividades de Investigação constituem uma boa oportunidade para os alunos trabalharem em grupo. Deste modo, mais facilmente se conjugam ideias e se ultrapassam dificuldades”. Ainda em consonância com a efetivação de uma Investigação Matemática em grupos de trabalho, Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 30) preconizam que:

[...] a situação de trabalho em grupo potencia o surgimento de várias alternativas para a exploração da tarefa, o que numa fase inicial pode ser complicado em termos de autogestão do grupo. Muitas vezes, um ou dois alunos tomam a liderança e levam o grupo a centrar-se em certas ideias, facilitando, assim, o trabalho conjunto.

No decorrer das atividades investigativas, acabam emergindo diversas discussões nos grupos acerca das estratégias e conjecturas formuladas. Para posterior análise de resultados e evidências sobre o pensamento matemático dos estudantes, faz-se necessário

estimulá-los a descreverem detalhadamente as estratégias evidenciadas durante realização das questões. Nessa perspectiva, corrobora-se o que Smole e Diniz (2001, p. 31) expressam:

[...] escrever pode ajudar os alunos a aprimorarem percepções, conhecimentos e reflexões pessoais. Além disso, ao produzir textos em matemática, tal como ocorre em outras áreas do conhecimento, o aluno tem oportunidade de usar habilidades de ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e avaliar seus próprios caminhos, as ações que realizou, no que poderia ser melhor. É como se pudesse refletir sobre o próprio pensamento e ter, nesse momento, uma consciência maior sobre aquilo que realizou e aprendeu.

Mediante a utilização da tendência de Investigação Matemática e do trabalho em grupo, neste trabalho, foram empregadas as concepções algébricas de acordo com Usiskin (1995, p. 21). Quanto à álgebra, o referido autor comenta que

Já não cabe classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, pois ela é muito mais que isso. A álgebra continua sendo um veículo para a resolução de problemas, mas também é mais, ela é mais que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e compreensão das estruturas matemáticas. Dados esses trunfos e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que a álgebra seja hoje a área-chave de estudo da matemática da escola secundária e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo.

Considerando a importância da álgebra para a resolução de diferentes problemas e análise de distintas relações elencadas por Usiskin (1995), elaboraram-se atividades enfatizando as quatro concepções do citado autor, apresentadas no quadro 2.

Quadro 2 - Concepções resumidas conforme Usiskin

Concepção da álgebra	Uso das variáveis
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (traduzir, generalizar)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (resolver, simplificar)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (relacionar, gráficos)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (manipular, justificar)

Fonte: adaptado de (USISKIN, 1995, p. 20).

Das quatro concepções de Usiskin (1995), neste artigo, apresenta-se uma atividade que enfatiza a concepção da aritmética generalizada. O autor parte do pressuposto de que as diferentes concepções da álgebra se relacionam com as suas finalidades. Ele ainda ressalta a importância do ensino dessas concepções na escola. Nesse contexto, na próxima seção, expõem-se as atividades efetivadas e os resultados emergentes.

3 ATIVIDADES REALIZADAS E RESULTADOS EMERGENTES

Esta investigação foi desenvolvida dando ênfase a procedimentos metodológicos visando à pesquisa qualitativa com características do estudo de caso. Nesta, segundo Moreira (2011, p. 51), “o pesquisador enriquece sua narrativa com trechos de entrevistas, excertos de suas anotações, vinhetas, exemplos de trabalhos de alunos [...]”. Para o autor Fiorentini e Lorenzato (2010, p. 110), em uma pesquisa qualitativa, pode-se abordar o estudo de caso da seguinte maneira:

O estudo de caso busca retratar a realidade de forma profunda e mais completa possível, enfatizando a interpretação ou a análise do objeto, no contexto em que ele se encontra, mas não permite a manipulação das variáveis e não favorece a generalização. Por isso, o estudo de caso tende a seguir uma abordagem qualitativa. Mas isso não significa abandonar algumas quantificações necessárias. Essas quantificações podem ajudar a qualificar melhor uma análise.

Durante a efetivação da prática, ocorreu a gravação em forma de áudio dos grupos para verificar como seus componentes realizavam as atividades propostas. Para a análise mais detalhada dos dados emergentes, cada equipe entregou a resolução das atividades. Ademais, analisou-se o diário de campo da professora, documento no qual ela descrevia, durante o desenvolvimento das atividades, suas percepções sobre os estudantes. As turmas com as quais foram realizadas atividades foram duas de 7º ano e duas de 9º ano. A escolha se deveu pelo fato de as primeiras, ao contrário destas, desconhecerem os conteúdos de álgebra.

Durante a realização das atividades propostas, os estudantes foram orientados a formarem grupos por afinidades com o propósito de levá-los a discutir e formular distintas estratégias. Cada um deles recebeu apenas uma cópia da tarefa a ser efetivada, de forma que pudesse se organizar e possibilitar que todos os componentes lessem e interpretassem as questões propostas. No quadro 3, apresenta-se um resumo de todas as atividades desenvolvidas com os alunos de 7º e 9º ano do Ensino Fundamental. Neste artigo, são enfatizados os resultados sobre a atividade de sequência de palitos envolvendo a concepção da aritmética generalizada de Usiskin (1995).

Quadro 3 - Objetivo, concepção da álgebra e atividades realizadas em cada encontro.

Concepção	Objetivo	Atividades desenvolvidas
Aritmética generalizada	Observar as diferentes formações de seqüências de palitos e quadrados, além de descobrir estratégias para encontrar as próximas figuras de uma determinada seqüência. Conjecturar acerca de uma seqüência de quadrados. Propor estratégias para relacionar diferentes pares de seqüências.	Atividade de seqüência de palitos. Atividades envolvendo seqüência de quadrados e diferentes pares de seqüências.
Estudo de relações entre grandezas	Oportunizar a formulação de conjecturas acerca do significado de área e perímetro tendo como referência diferentes figuras. Evidenciar que diferentes figuras podem ter o mesmo valor de área e o mesmo valor de perímetro. Conjecturar acerca de fórmulas para calcular áreas de figuras como, triângulo, trapézios e losangos.	Análise de diferentes figuras para evidenciar o significado de área e perímetro. Construção de diferentes figuras com valores de área e perímetro estipulados. Diferentes figuras para conjecturar acerca da área das mesmas.
Estruturas da álgebra	Formular conjecturas utilizando material concreto, na formulação de conceitos em relação ao conteúdo de produtos notáveis.	Atividades utilizando material concreto sobre produtos notáveis.
Resolução de problemas	Encontrar estratégias para calcular o volume de uma caixa, levando em consideração algumas medidas pré-definidas. Resolver e formular conjecturas sobre problemas propostos	Construção de diferentes caixas para cálculo do volume. Resolução de diferentes problemas.

Fonte: as autoras (2016).

O quadro 4 apresenta a primeira atividade explorada com os estudantes, cujo intuito foi observar as diferentes formações de seqüências de palitos e quadrados, além de descobrir estratégias para encontrar as próximas figuras da seqüência dada.

Quadro 4 – Atividade de seqüência de palitos

Atividade 1:

Observar a seqüência: 

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

- Existe alguma relação com o número de palitos utilizados ao longo da seqüência?
- Sem construir a próxima figura, escrever quantos palitos serão utilizados. Justificar.
- Existe alguma relação com o número de quadrados formados ao longo da seqüência? Justificar.
- Quantos quadrados serão formados na próxima figura? Explicar o por quê.
- Na figura 20, quantos palitos serão necessários? Que estratégia foi utilizada para responder esta questão?
- Pensando nesta atividade, o que significa seqüência?

Fonte: adaptado de Dante (2009, p. 136).

Compete salientar que tanto os estudantes do 7º como os de 9º ano utilizaram distintas estratégias para a realização dessa atividade, tais como: o uso de desenhos, tentativas e erros, desenvolvimento de generalizações e de fórmulas matemáticas. Uma das estratégias emergentes para descobrirem qual seria a quantidade de palitos da 5ª e da 20ª figura foi o cálculo, demonstrado nas Figuras 1, 2 e 3.

Figura 1 – Aumento de palitos ao longo da sequência

A figura 1 completa a figura 2, e a figura 3 completa a figura 4. E de figura para figura a sequência aumenta 2.
 Ex:

$$4 + 10 + 18 + 28$$

$$\underbrace{\quad}_{6+2} \quad \underbrace{\quad}_{8+2} = 10$$

Fonte: Grupo 1 da escola A (2016).

Figura 2 – Cálculo acerca do aumento de palitos

Em cada figura os palitos aumentam em dois, assim a sequência de palitos aumentados fica 6, 8, 10.
 Na próxima figura serão utilizados 40 palitos, porque no próxima figura serão aumentados 12 palitos.

Fonte: Grupo 2 da escola B (2016).

Figura 3 – Soma para descobrir o número de palitos

4, 10, 18, 28, 40, 54, 70, 88, 108, 130, 154, 180, 208, 238, 270, 304, 340, 378, 418, 460. Utilizamos a soma do 2 em 2 e somamos os resultados.

Fonte: Grupo 3 da escola A (2016).

As estratégias utilizadas pelos estudantes, nas Figuras 1, 2, e 3, enfatizam uma sequência de somas. Assim, em suas escritas matemáticas, eles demonstraram como consideravam as somas do número de palitos ao longo da sequência. Alguns detalharam mais suas estratégias, escrevendo minuciosamente como pensavam para resolver a atividade proposta. A Figura 4 explicita, passo a passo, como refletiram para formular suas estratégias. Esse fato corrobora o que Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) salientam, ou seja, que atividades de Investigação Matemática proporcionam aos alunos a escrita matemática, podendo expressar sua forma de pensar.

Figura 4 – Escrita detalhada sobre o aumento do número de palitos ao longo da sequência

Utilizando a teoria da relação de aumento em 2, a figura 5 terá 40 palitos.
 etc:
 $28 + 10 + 2 = 40$

- 28 = Equivale a quantidade de palitos da figura 4
- 10 = Equival o aumento da figura 3 para a figura 4.
- 2 = É o aumento que existe de figura para figura.

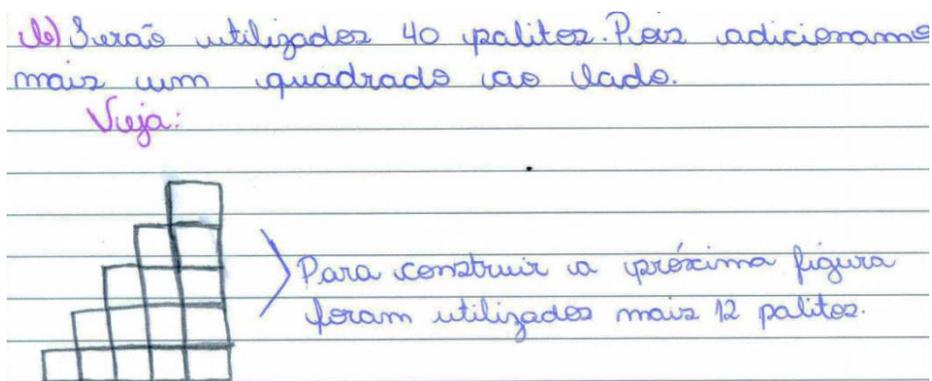
F1 P. 4	F2 P. 10	F3 P. 18	F4 P. 28	F5 P. 40	F6 P. 54	F7 P. 70	F8 P. 88
F9 P. 108	F10 P. 130	F11 P. 154	F12 P. 180	F13 P. 208	F14 P. 238	F15 P. 270	F16 P. 304
F17 P. 340	F18 P. 368	F19 P. 418	F20 P. 460				

Utilizando a mesma teoria da relação em 2 + a diferença da figura anterior para a próxima, somando ao valor da figura anterior, dará o resultado da figura 20.

Fonte: Grupo 6 da escola B (2016).

A figura 5 expõe a estratégia utilizada por um grupo de estudantes que desenharam as figuras e, posteriormente, contaram o número de palitos que havia nela.

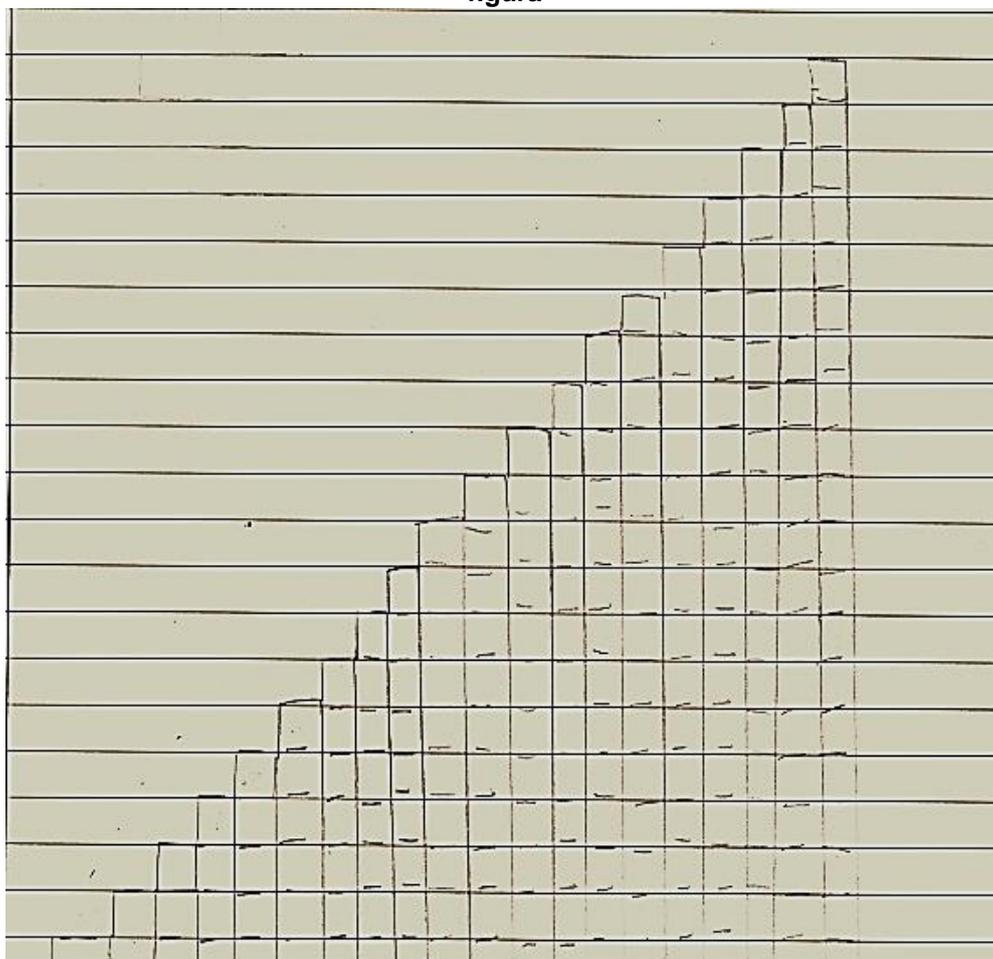
Figura 5 – Desenho da 5ª figura da sequência de palitos



Fonte: Grupo 13 da escola A (2016).

O desenho também emergiu para a contagem do número de palitos da 20ª figura. Esse fato está explícito na Figura 6.

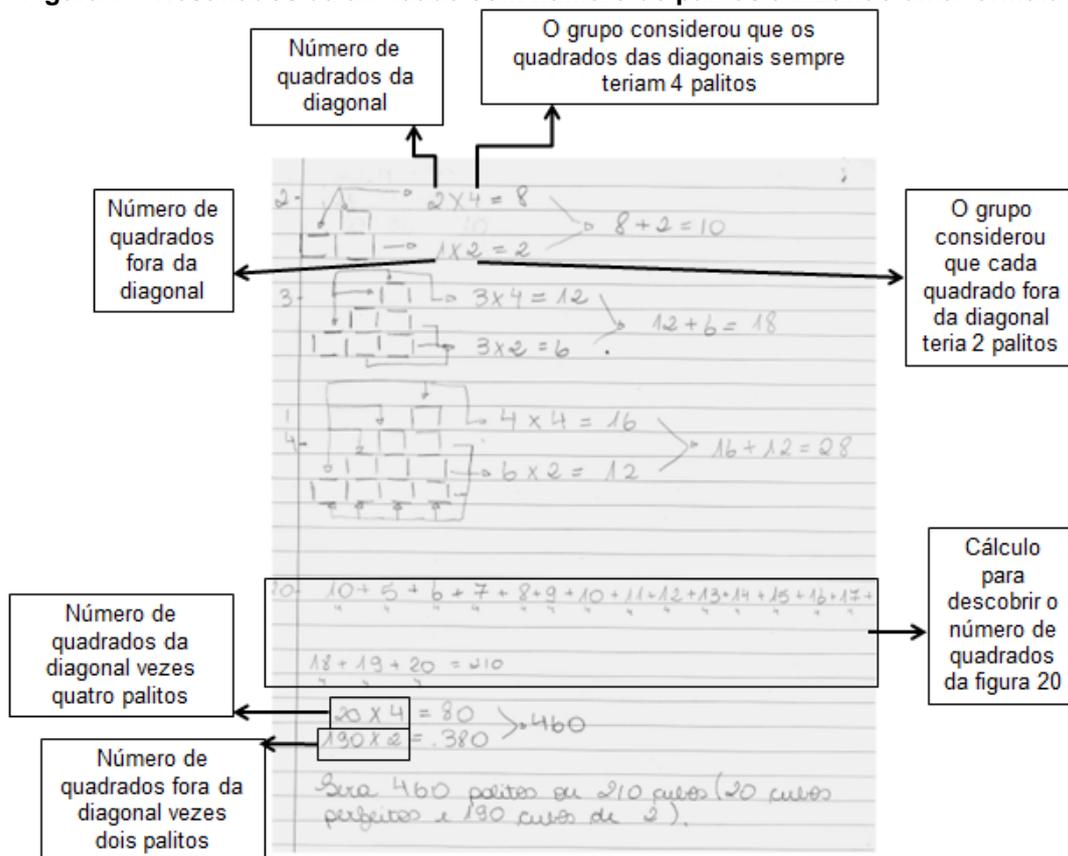
Figura 6 – Estratégia utilizada por um grupo de alunos do 7º ano da escola A ao desenhar a 20ª figura



Fonte: Grupo 3 da escola A (2016).

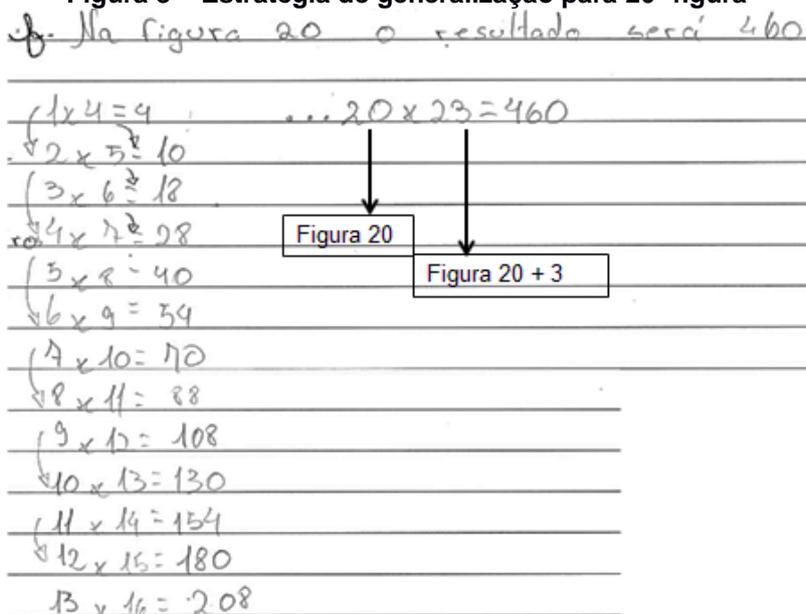
Um grupo do 9º ano da escola B evidenciou uma fórmula para o cálculo do número de palitos de qualquer figura da sequência. A Figura 7 apresenta um esquema que demonstra como os estudantes apresentaram sua estratégia.

Figura 7 – Resultados da atividade com número de palitos utilizando uma fórmula



Outra maneira de encontrar o número de palitos da sequência está apresentada na Figura 8, também relacionada a um cálculo, ou seja, a uma generalização. No que condiz aos multiplicadores, os números da esquerda representam a figura, já o da direita, para os estudantes, é o número referente à figura mais 3.

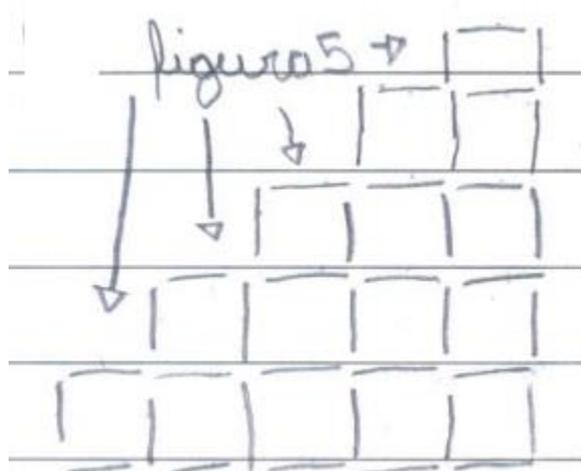
Figura 8 – Estratégia de generalização para 20ª figura



Fonte: as autoras (2016).

Em relação ao número de quadrados ao longo da sequência, grupos também utilizaram como estratégia o desenho como mostra a Figura 9. Segundo Andretta e Liblik (2011, p. 5), “Nesse sentido, o desenho, enquanto representação gráfica, apresenta-se como um recurso facilitador da aprendizagem, já que permite ao aluno significar conceitos visualmente [...]”, agindo com a intenção de obter resultados adequados para as circunstâncias matemáticas em estudo.

Figura 9 – Desenho da 5ª figura dos palitos

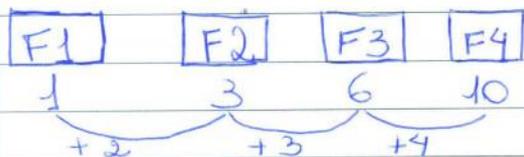


Fonte: Grupo 10 da escola A (2016).

Outros grupos utilizaram como estratégia uma sequência de somas (Figuras 10 e 11).

Figura 10 – Estratégia utilizando a soma dos quadrados

Da figura 1 para a figura 2 o número de quadrados aumenta em 2. Da figura 2 para a figura 3 aumenta 3. Da figura 3 para a figura 4 aumenta 4 e da figura 4 para a figura "5" aumenta 5.



Os quadrados não aumentam de forma consecutiva de figura para figura.

Fonte: Grupo 7 da escola B (2016).

Figura 11 – Soma como estratégia para encontrar o número de quadrados

figura 1 = 1 quadrado → De 1 para 3 aumenta 2 quadrados.
 figura 2 = 3 quadrados
 ~112

figura 2 = 3 quadrados → De 3 para 6 aumenta 3 quadrados.
 figura 3 = 6 quadrados
 ~112

figura 3 = 6 quadrados → De 6 para 10 aumenta 4 quadrados.
 figura 4 = 10 quadrados

Fonte: Grupo 10 da escola A (2016).

Na Figura 12, aparece a estratégia utilizada por um dos grupos que relacionou o aumento do número de quadrados com a diagonal. Na primeira figura, há um quadrado na diagonal; na segunda, existem dois, e o número de quadrados aumentados também foi dois; na terceira, três e, assim, sucessivamente.

Figura 12 – Relacionando o aumento de palitos com a diagonal

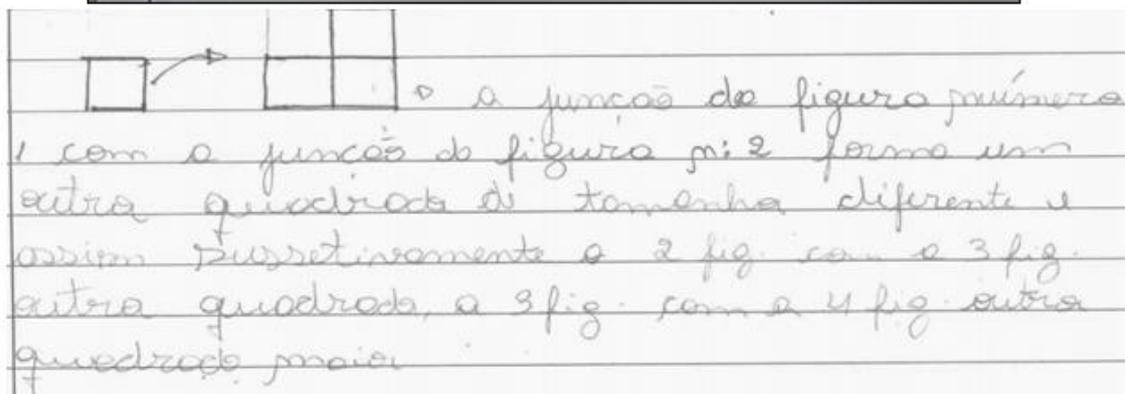
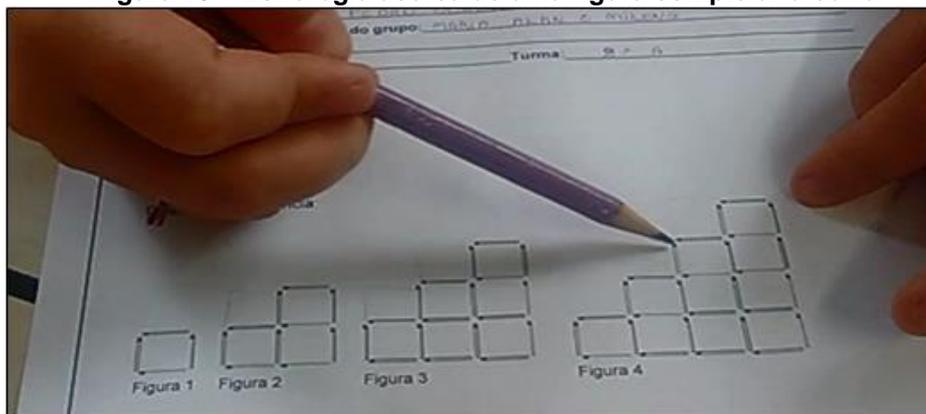
(c) Sim existe uma relação. Ex:

Outro ex:
 Na figura 10 temos 10 quadrados em baixo, 10 quadrados para cima e 10 quadrados na diagonal.

Fonte: Grupo 2 da escola A (2016).

Outros grupos salientaram que uma figura completa a outra, ou seja, a primeira pode ser encaixada na segunda. Já dois pode ser encaixado na figura três. A Figura 13 mostra como os estudantes demonstraram sua estratégia.

Figura 13 – Estratégia acerca de uma figura completar a outra



Fonte: as autoras (2016).

Questionados acerca do que entendiam ser uma sequência depois de terem realizado suas estratégias, os estudantes salientaram que ela poderia ser:

Ordem de números que seguimos.

Dar continuidade ao que foi iniciado, continuar, seguir.

Coisas que se sucedem.

É uma ordem de objetos, números, pessoas, coisas. Que vem um e segue de outro, por exemplo: Uma sequência de número seria um número a seguir do outro (1,2,3,4...), isso é uma ordem crescente, (... 3,2,1,0), isso é uma ordem decrescente, que também podem ser considerada sequência.

Pode ser de números ou de figuras, uma tem relação com a outra.

Continuar o processo anterior.

Baseando-se nas atividades, sequência é algo que se repete.

No final desse encontro, os grupos de estudantes apresentaram aos demais colegas as estratégias formuladas durante a realização da atividade. Cada um explicitava detalhadamente como havia pensado a realização das estratégias.

Assim sendo, pode-se inferir que os estudantes conseguiram formular distintas estratégias, como os desenhos e cálculos. Ademais, essas atividades potencializaram o

trabalho em grupo, o qual favoreceu a resolução das ações propostas. Esse fato fica evidenciado, pois, para a formulação de diferentes estratégias, um colega auxiliava o outro durante a resolução das atividades propostas, emergindo, assim, muitas discussões nos grupos de trabalho.

Salienta-se que, de acordo com Pereira (2015, p. 29), “na fase de desenvolvimento da tarefa, a pretensão é que os alunos passem a ter uma atitude investigativa. O papel do professor é de orientador da tarefa”. Durante a realização das atividades emergentes, por diversas vezes, os alunos foram questionados, o que os levou a pensar e repensar diferentes estratégias.

4 CONSIDERAÇÕES SOBRE A PRÁTICA EFETIVADA

Com a realização das atividades investigativas, evidenciou-se que, embora a escolaridade dos estudantes fosse distinta, as duas turmas formularam diversas estratégias durante a realização das atividades. Percebeu-se a necessidade de questionar os alunos durante a realização das tarefas para que pudessem mostrar conjecturas distintas. Nesse contexto, os questionamentos favoreceram os debates e a interação entre os grupos, já que todos desejavam demonstrar que pensaram de maneiras diferentes para resolverem as atividades.

Nessa perspectiva, pode-se salientar que as questões realizadas com os estudantes lhes proporcionaram momentos de autonomia, potencializando o trabalho em grupo. Ademais, o ambiente de investigação lhes possibilitou a formulação de distintas estratégias durante a realização das tarefas. O conteúdo abordado na realização dessa atividade não era de conhecimento dos alunos, mas, com as questões oportunizadas, conseguiram aprender, além de elaborarem diferentes estratégias de resolução das atividades investigativas.

REFERÊNCIAS

BRUNHEIRA, Lina.; FONSECA, Hélia. Investigar na aula de Matemática. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 35, p. 16-18, 1995. CAED-UFMG, 2013. 69f. Disponível em: http://www.mat.ufmg.br/ead/acervo/livros/Algebra_e_Funcoes_na_Educacao_Basica.pdf. Acesso em 14 fev. 2017.

DANTE, Luiz R. **Matemática**. Volume Único. 1ª edição, São Paulo: Ática, 2005.

FIORINTINI, Dário; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. rev. – Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

MOREIRA, Marco. A. **Metodologias de pesquisa em ensino**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.

PEREIRA, Ademar B. **Investigação matemática: possibilidade para ensino de trigonometria**. 2015. 150f. Dissertação (Mestrado em ensino de ciências exatas) – Centro Universitário UNIVATES, Lajeado, RS, 2015.

PONTE, João. P. da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Helia. **Investigações matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SMOLE, Kátia C. S. Textos em matemática: por que não? *In*: SMOLE, Kátia C. S.; DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 29-68.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. *In*: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P. (org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995