

Marcelo Almeida Bairral



*Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
(UFRRJ)*

mbairral@ufrj.br

Elen Roza da Conceição Silva



*Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro
(UFRRJ)*

elen-roza@hotmail.com

TRABALHANDO QUADRILÁTEROS EM SMARTPHONES: ALUNOS DE UMA ESCOLA PÚBLICA DESCOBRINDO E PRODUZINDO PROPRIEDADES

RESUMO

Dispositivos móveis podem contribuir com os processos de ensino e de aprendizagem. O artigo ilustra respostas de alunos e suscita, a partir delas, reflexões sobre descobertas geométricas produzidas por estudantes em atividades com o FreeGeo. A intervenção pedagógica ocorreu em uma turma do Ensino Médio, e as atividades visavam ao aprendizado de quadriláteros com foco na identificação, na conceituação e na análise de propriedades. Foram usadas como formas de coleta de dados: respostas para as tarefas, registros escritos dos pesquisadores, observações e conversas ao longo das aulas. Ações como mexer, mover e aumentar foram evidenciadas na análise e podem passar a compor um novo vocabulário dos sujeitos e das atividades sobre quadriláteros com dispositivos móveis de geometria dinâmica.

Palavras-chave: Dispositivos móveis. FreeGeo. Toques em tela. Quadriláteros.

WORKING QUADRILATERALS IN SMARTPHONES: STUDENTS OF A PUBLIC SCHOOL DISCOVERING AND PRODUCING PROPERTIES

ABSTRACT

Mobile devices can contribute to the teaching and learning processes. This article illustrates students' responses and elicits, from them, reflections on geometric discoveries produced by students in FreeGeo activities. The pedagogical intervention occurred in a High School classroom, and the activities aimed at the learning of quadrilaterals focused on the identification, conceptualization and analysis of properties. Data collection were used: answers to the tasks, written records of the researchers, observations and conversations throughout the classes. Actions such as dragging, moving, and enlarging were evidenced in the analysis and can begin to compose a new vocabulary of subjects and activities on quadrilaterals with mobile devices of dynamic geometry.

Keywords: Mobile devices. FreeGeo. Touchscreen. Quadrilaterals.

Submetido em: 29/06/2018

Aceito em: 03/10/2018

Publicado em: 21/12/2018

DOI: 10.28998/2175-6600.2018v10n22p164-190



1 INTRODUÇÃO

Em educação matemática, a busca por alternativas didáticas que dinamizem o ensino e proporcionem o aprendizado (de alunos e de professores) tem sido constante. O intuito deste capítulo é ressaltar que, com a utilização de recursos tecnológicos em sala de aula, ocorre uma ampliação das possibilidades de ensinar e aprender e é possível despertar o interesse dos alunos nas aulas de matemática, pois eles podem deduzir propriedades e descobrir conceitos matemáticos, por meio da exploração de atividades em *softwares* gratuitos.

Analizamos o modo como os alunos do Ensino Médio de uma escola pública, trabalhando no *software FreeGeo*, desenvolveram seu conhecimento conceitual e classificatório de quadriláteros; o seu entendimento de propriedades dos quadriláteros; e a forma de justificar conceitos e propriedades emergentes nas atividades propostas. A investigação integra um projeto financiado pelo CNPq e foi desenvolvida (ROZA, 2017) no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisas das Tecnologias da Informação e Comunicação em Educação Matemática (Gepeticem)¹.

2 APRENDIZAGEM EM AMBIENTES DE GEOMETRIA DINÂMICA E QUADRILÁTEROS

A interação em um ambiente de geometria dinâmica (AGD) como o GeoGebra traz uma nova ação dinâmica: a de arrastar e movimentar objetos em uma construção. O movimento dinâmico não é o mesmo que o ato de desenhar no papel (BAIRRAL; BARREIRA, 2017). A construção é diferente, porque pode ser transformada e modificada, conservando características invariantes (SINCLAIR; YURITA, 2008). A ação de arrastar traz uma grande contribuição ao estabelecimento da diferença entre desenho (um exemplo) e figura (uma classe). Então, o que fazemos quando construímos um quadrado com régua e compasso é um desenho, pois ele representa um caso particular. Uma figura, ao contrário, representa uma infinidade de objetos (LABORDE, 2001).

Bairral e Barreira (2017) nos instigam quando afirmam que, em AGD, pontos, retas e planos deixam de ser apenas entes primitivos. Eles não existem por si sós, mas coexistem com uma variedade de objetos e construções geométricas, todos feitos e manipulados na tela. Portanto, cabe enfatizar que a geometria produzida em um AGD como o *GeoGebra* é

¹ Disponível em: www.gepeticem.ufrj.br

outra, pois temos novas formas de manifestação da linguagem (ícones variados, formas de medição, observação simultânea de propriedades e formas etc.), de descoberta e verificação de propriedades. Esse conjunto semiótico e dinâmico de objetos e de relações entre eles (BAIRRAL; POWELL, 2015) propicia a emergência de várias formas de construir, explorar, convencer e de raciocinar, individual ou coletivamente.

Silva (2017) usou os *softwares Sketchometry, FreeGeo e GeoGebra* em *smartphones* e *tablets* com o propósito de potencializar diferentes argumentos e justificativas – de Licenciandos em Matemática – para quadriláteros. A autora destaca a construção dinâmica em telas, a mobilidade, o compartilhamento em rede e a prática dialógica como características de uma intervenção que potencializa o processo argumentativo e o de organização de uma prova. A análise evidenciou que o movimento entre os domínios² de manipulação em tela (construtivo e relacional) tem-se mostrado favorável ao processo de refinamento do raciocínio e de elaboração de uma prova sobre quadriláteros.

Dalcín e Molfino (2012) propuseram atividades visando à construção e à justificativa de propriedades de quadriláteros a partir da classificação desses polígonos, realizada pelos próprios alunos. Usando computador, papel e lápis, diversas respostas emergiram para um mesmo tipo de polígono. Apesar da dificuldade para discernir se uma definição é equivalente ou não a outra, os pesquisadores destacaram a originalidade nas classificações e nas justificativas feitas pelos estudantes – algumas, inclusive, diferentes das apresentadas nos livros didáticos. Os autores sublinham que a construção dinâmica realizada no *GeoGebra* facilitou a observação das propriedades e a busca por argumentos dedutivos.

Em AGD móveis com toques em tela, o processo de aprendizagem se desenvolve na medida em que o sujeito internaliza (a partir de uma forma estática ou em movimento) certos objetos (conceitos, formas, propriedades etc.), de modo a produzir significados pessoais mediante os toques na, com ou a partir da tela do dispositivo (BAIRRAL, 2017). A conjunção nas diferentes formas de manifestação da aprendizagem e da linguagem (fala, expressões gestuais, toques em telas) ou de registro (diagramas e outros registros escritos,

² Veja mais detalhes sobre esses domínios e processos de prova em Bairral, Assis e Silva (2015).

telas com construções em *software*), dá indícios da internalização dos artefatos semióticos construídos, explorados e manipulados na tela do dispositivo (NG; SINCLAIR, 2015).

3 A PESQUISA E A ENTRADA EM SALA DE AULA

Elaboramos e implementamos uma sequência de atividades para explorar identificação, conceitos e propriedades de quadriláteros com alunos do segundo ano do Ensino Médio de um Centro Integrado de Educação Pública (CIEP) localizado no município de Seropédica (RJ).

Nossa intervenção tem sintonia teórica com a pesquisa de Silva (2017), e as atividades aqui ilustradas foram elaboradas a partir da sequência didática proposta pela coautora deste artigo, que tinha foco em processos de justificativa e prova sobre quadriláteros. O nosso foco está no aprendizado relacionado à identificação, conceituação, emergência e comentários dos alunos sobre quadriláteros (quadrado, retângulo, losango, trapézio e um paralelogramo em geral) ou suas propriedades.

Escolhemos uma turma do segundo ano regular no horário noturno, pois já havia um contato anterior da primeira autora com esta escola e com a professora regente da turma. Na turma constavam 25 alunos, porém nem todos frequentavam regularmente as aulas, fato que gerou uma variação na quantidade de alunos participantes (Quadro 1). A faixa etária da turma era de 16 a 27 anos, a maioria entre 16 e 20 anos. Foram gentilmente cedidos pela professora regente da turma 5 encontros de 3 tempos de aula, aproximadamente 1 hora e 30 minutos, visto que se perdia boa parte do primeiro tempo, pois praticamente todos chegavam atrasados devido a compromissos profissionais, pois muitos já trabalhavam.

Foram utilizados os *smartphones* dos próprios alunos durante as atividades, portanto, não houve necessidade de a escola dispor de laboratório de informática. Também não foi preciso que os estudantes estivessem conectados à internet para ter acesso ao *software FreeGeo*, pois foi feito o seu compartilhamento via *Bluetooth* por meio do aplicativo *MyAppSharer*.

O planejamento das atividades seguiu como esquematizado no Quadro 1.

Quadro 1 - Síntese do planejamento das atividades

Encontro	Atividade	Tema	Objetivo(s)	Número de alunos
1	Sondagem inicial e Atividade 1	Quadrado e retângulo	-Registrar conhecimento inicial dos alunos. -Identificar conceitos, propriedades ou definições referentes a quadrado e retângulo. -Construir quadrado no App.	21
2	Atividade 2	Losango	-Identificar as imagens de quadrado, retângulo e losango dos alunos. -Registrar conceitos, propriedades ou definições referentes a losango. -Construir losango no App.	19
3	Atividade 3	Paralelogramo ³	-Construir paralelogramo no App. -Identificar conceitos, propriedades ou definições referentes a paralelogramo.	8
4	Atividade 4	Trapézio	-Construir trapézio no App. -Identificar conceitos, propriedades ou definições referentes a trapézio.	6
5	Sondagem final	Sondagem	-Registrar aprendizado dos alunos em contraste com a sondagem inicial.	17

Fonte: Elaboração dos autores.

Como estratégias para coleta de dados, foram utilizadas respostas para as fichas de atividades, registros escritos dos pesquisadores, observações e conversas ao longo das aulas. A análise esteve focada no desenvolvimento conceitual e classificatório de quadriláteros; no entendimento de propriedades dos quadriláteros; e na forma de justificar os conceitos e as propriedades emergentes nas atividades propostas.

A partir de Cobb *et al.* (2003), Damiani *et al.* (2013), Duarte (2018), Henrique (2017) e de Spinillo e Lautert (2008), cabe lembrar que uma investigação dessa natureza assume o caráter de uma intervenção pedagógica com tecnologias digitais em situações de ensino (IPETEDI), considerando três campos, inter-relacionados: a problemática da pesquisa; a dinâmica interativa e a aprendizagem dos envolvidos e as tecnologias digitais e as situações de aprendizagem:

³ Aqui estão incluídas explorações para paralelogramos genéricos, ou seja, não apenas o quadrado, o retângulo ou o losango.

3.1 A problemática da pesquisa:

- é de interesse e de vivência de profissionais da área educacional, que conhecem o campo e almejam transformações qualitativas para ele;
- acontece em contexto real (sala de aula, curso de curta duração etc.) e não pressupõe a pré-seleção de sujeitos, embora grupos possam ser formados em função de autorização de responsáveis, interesses pessoais etc.;
- não parte de hipóteses predeterminadas, mas de questionamentos que podem ser redimensionados ao longo da interação entre os sujeitos, o dispositivo e a tarefa;
- está planejada para abordar uma determinada proposta político-pedagógica;
- surge de interesses dos envolvidos ou que emergem diretamente da prática profissional;
- está fundamentada em uma prática educacional que não reduza o ensino a uma sequência de procedimentos ou de geração de produtos e receituários didáticos fechados;
- deve favorecer a diferenciação entre a intervenção realizada e a sua análise (o problema de pesquisa).

3.2 A dinâmica interativa e a aprendizagem dos envolvidos envolve vários aspectos:

- a interação ocorre e flui naturalmente; não é uma cena estática e direcionada apenas aos propósitos do pesquisador;
- a dinâmica interativa deve respeitar a estreita relação entre a tarefa elaborada e a *performance* do dispositivo escolhido;
- as ambiências devem ser criadas para desenvolver estratégias de análise variadas e de manutenção da sedução pela tecnologia;
- o dinamizador (professor ou pesquisador) intervém no processo e não fica limitado a seguir rigorosamente os instrumentos de coleta como foram planejados e, assim, também aprende *na/com a experiência*;
- um olhar retroativo é constante, em que o pesquisador produz conhecimento sobre o planejado e o acontecido, pois não há um momento especial para validação;

- a análise da cognição deve ser articulada a aspectos emocionais, linguísticos etc.

3.3 As tecnologias digitais e as situações de aprendizagem(ns) :

- as situações de aprendizagem (atividades, sequências de ensino, jogos, desafios etc.) podem ser modificadas ao longo do processo, se necessário, para a melhoria do aprendizado dos atores;
- não são apenas as atividades planejadas que determinarão o sucesso da intervenção, mas também as interações deflagradas pelos sujeitos;
- todos os sujeitos envolvidos são atores no processo e têm direito a vivenciar todas as atividades da pesquisa;
- a partir das situações planejadas, e não apenas nas condições físicas e estéticas da tecnologia usada, se desenvolve o aprendizado de todos;
- ocorrem várias aprendizagens (conceituais, procedimentais, linguísticas, informáticas, sociais etc.) e não somente as prescritas pela equipe de pesquisa;
- a tecnologia é vista como extensão física do homem e, ao ser criada por ele, o transforma e também por ele é modificada;
- as manipulações *na*, *com* ou *a partir da* tela são formas de manifestação da linguagem e da cognição corporificada;
- não visam apenas à testagem de determinada tecnologia, pois é necessário analisar o processo de aprendizado de modo mais articulado (objetivos, sujeitos, contexto, especificidade do dispositivo, interações entre os partícipes etc.);
- devem permitir a produção de dados mediante formas variadas de obtenção da informação ao longo da implementação;
- embora o professor-pesquisador planeje, ele também pode ser sujeito/objeto de análise.

A seguir apresentaremos e analisaremos algumas das respostas dos estudantes, que foram todas registradas nas fichas de atividades (Apêndices I a VI) distribuídas durante os quatro encontros. Cabe destacar que, mesmo sendo uma turma de ensino regular, a dinâmica do horário noturno funcionava diferenciada do diurno.

4 ENTRANDO EM AULA, DEIXANDO OS SMARTPHONES NAS MÃOS DOS ALUNOS E ILUSTRANDO ALGUMAS DE SUAS DESCOBERTAS

Inicialmente sugerimos que a turma se dividisse em duplas para facilitar o compartilhamento de ideias (BAIRRAL, 2012) durante as atividades de construção, todas realizadas nos aparelhos *smartphones* dos próprios estudantes.

4.1 Encontro 1: Realizando sondagem

No primeiro encontro, aplicamos a sondagem inicial (SI); foi o primeiro contato deles com o assunto nesta dinâmica e depois foi iniciada a sequência de atividades. Um dos alunos iniciou uma pesquisa na internet para auxiliar na sondagem, quando percebido foi novamente esclarecido à turma que as atividades nos encontros não tinham um caráter de certo ou errado, pois visavam à evolução deles, e o importante era que aproveitassem a dinâmica para sanar todas as dúvidas.

Essa sondagem foi constituída de um conjunto de possíveis respostas frequentes (nos livros didáticos, etc.) quando trabalhamos com quadriláteros. As próprias fichas de atividades, suas alternativas, etc. já forneciam aos alunos pistas sobre propriedades, conceitos geométricos.

A atividade 1 também proporcionou um momento de ambientação com o *FreeGeo*, em que os alunos puderam investigar livremente as ferramentas do *software*, antes de iniciar a atividade de investigação de quadrados e retângulos por meio de uma construção livre no *software*. Eles apresentaram dificuldade quanto ao significado dos termos “paralelas”, “ângulo reto”, “ângulo agudo” e “ângulo obtuso”. As dúvidas quanto aos termos foram esclarecidas e a professora regente, que estava presente, lembrou com a turma a aula em que trataram sobre esses ângulos e a posição de retas. Essas dificuldades foram observadas mediante conversa com os próprios alunos em aula.

4.2 Encontro 2: Identificando formas

No segundo encontro, propusemos uma atividade de identificação de imagens – quadrados, retângulos e losangos – impressas na ficha de atividades e uma construção livre de losango no *software*, para fazerem suas investigações e observações.

Uma observação a ser destacada nesses dois primeiros encontros foi a construção de quadriláteros, sem o uso de alguma(s) propriedade(s) que garantisse(m) a preservação

de sua forma. Por exemplo, ao construir um quadrado, se o sujeito só levar em consideração a congruência dos lados, a figura se deformará no manuseio. Esse tipo de comportamento é recorrente, e consideramos importante que aconteça, de modo a despertar no aluno a descoberta e o refinamento de suas ideias e construções geométricas (GRAVINA, 1996).

A seguir exporemos alguns exemplos de respostas desse encontro.

Questão: Construa no *FreeGeo* um losango e faça três observações: sobre seus lados, seus ângulos e suas diagonais.

Agora alguns exemplos das observações apresentadas pelos alunos para a questão citada anteriormente.

Todos os seus lados são iguais.

Ângulos diferentes.

Diagonais iguais.

Seus lados são formados por dois pares de paralelas.

Suas diagonais têm seus ângulos iguais.

As respostas anteriores são aquelas comumente observadas nos livros didáticos, quando caracterizamos este tipo de quadrilátero. A resposta a seguir chama atenção pela ação de “mexer”. Nela é visível o aspecto dinâmico de movimento do aplicativo e a descoberta do estudante, inserindo esta observação: “Mexendo nos⁴ lados do losango ele vira outras figuras como triângulo e quadrado”.

As respostas seguintes são interessantes, no sentido de que não costumam aparecer nas observações iniciais dos alunos.

Ângulos das laterais do losango são diferentes dos de cima e de baixo e ambos têm a mesma medida laterais, em cima e embaixo mesmo ângulo das diagonais.

Um par de ângulos obtuso e um par de ângulos agudo.

4.3 Encontro 3: Construindo paralelogramo

No terceiro encontro, a proposta já teve um caráter de construção mais direcionado, ou seja, com instruções do passo a passo para construir um paralelogramo no *software*;

⁴ Sublinhado nosso.

assim, durante as investigações e as manipulações não perdemos as características das figuras. A partir dessa mesma construção, cada aluno ou dupla, com seu aparelho *smartphone*, realizou as investigações e as observações quanto aos lados, aos ângulos e às características.

Vejamos agora alguns exemplos dessas observações dos alunos: Sobre os lados:
Sempre quando mexe na figura, ficam 2 lados iguais e 2 lados paralelos.

Observei que as medidas se movimentam conforme mexem e também os valores são iguais nos lados opostos.

Por mais que os lados se movimentem, o valor fica o mesmo, e o valor de ambos paralelos são iguais.

Por mais que se movam, os opostos sempre têm os mesmos valores. [ênfase no original ou ênfase adicionada?]

- Sobre os ângulos:

Quando se mexe nos ângulos, não ficam iguais.

Que os ângulos opostos sempre têm o mesmo valor.

Mesmo mudando a figura, os lados opostos continuam sendo do mesmo tamanho e com os mesmos valores. [ênfase no original ou ênfase adicionada?]

4.4 Encontro 4: Construindo trapézio

No quarto encontro, para que durante as investigações e as manipulações não perdêssemos as características das figuras e os alunos as investigassem à vontade, a proposta também teve um caráter de realização passo a passo, dessa vez, trabalhando a construção do trapézio para investigação e observação quanto aos seus lados, ângulos e características.

Temos a seguir alguns exemplos de observações dos estudantes quanto aos lados, aos ângulos e às características dos trapézios.

- Lados

As medidas aumentam e diminuem rapidamente, conforme eu movimento os vértices.

Ao mover as medidas dos lados mudam.

- Ângulos

Os ângulos aumentam e diminuem conforme eu puxo os pontos pra dentro e pra fora.

Os lados opostos sempre ficam iguais; já os ângulos não.

- Características

As paralelas sempre permanecem em lados totalmente diferentes.

Por mais que eu mexa, as paralelas do trapézio nunca deixam de existir.

As paralelas sempre permanecem, seja qual for a forma como vamos mexer, elas sempre são paralelas.

- Trapézio retângulo

Os ângulos da frente têm o mesmo grau.

Eu observo que os ângulos são totalmente diferentes.

O Quadro 2 sintetiza respostas pautadas em propriedades aparentemente orientadas pelas indicadas nas atividades e exemplos associados ao manuseio do dispositivo, particularmente, pela sua possibilidade de movimento.

Quadro 2 - Síntese de respostas dos alunos

Encontro	Exemplo de resposta pautada em propriedades explicitadas nas fichas de atividades	Exemplo de resposta orientada pelo manuseio do <i>software</i>
2	“Todos os seus lados são iguais.”	“ <u>Mexendo nos</u> ⁵ lados do losango ele vira outras figuras como triângulo e quadrado.”
3	“Que os ângulos opostos sempre têm o mesmo valor.”	“Observei que as medidas <u>se movimentam</u> conforme <u>mexe</u> e também os valores são iguais nos lados opostos.”
4	“As paralelas sempre permanecem em lados totalmente diferentes.”	“ <u>Por mais que eu mexa</u> , as paralelas do trapézio nunca deixam de existir.”

Fonte: Elaboração dos autores.

Após sintetizarmos os encontros, ressaltamos que, do encontro 2 em diante, foi sempre realizada uma recapitulação do encontro anterior antes de iniciar a ficha de atividades do dia. O conceito de paralela esteve presente nas conversas durante todos os

⁵ Sublinhados dos pesquisadores, para mostrar ações e reflexões intrínsecas ao manuseio do *software*.

encontros. Os discentes sempre pediam confirmação da ideia de ser paralelo durante as atividades.

No decorrer dos encontros, conversamos com os alunos sobre quais quadriláteros iam se encaixando em mais de uma classe (quadrados, retângulos, losangos, paralelogramos e trapézios), à medida que iam surgindo as características de cada um durante as atividades. Por exemplo, ao manipular o trapézio para obter o trapézio isósceles no encontro 4, a maioria dos estudantes observou figuras que poderiam se encaixar na classe dos retângulos também (a menos da precisão dos ângulos, para se ajustar a medida de 90° exatos). Alguns aprendizes chegaram a dizer que, com um pouco mais de coordenação motora para mover os vértices, eles conseguiriam arrumar os ângulos e obter um retângulo, sem precisar destruir a construção do trapézio.

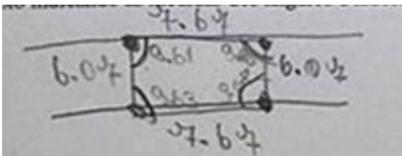
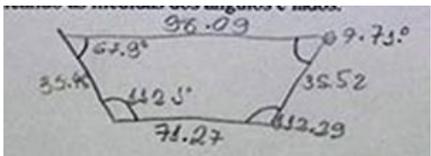
Essa situação também foi debatida no encontro 1, com os quadrados e os retângulos; no encontro 2, com os losangos e os quadrados; e no encontro 3, com os quadrados, os retângulos, os losangos e os paralelogramos. Assim os estudantes foram percebendo, e concluíram, em conversa, que as classes de figuras têm aspectos em comum.

4.4.1 Uma análise transversal dos encontros: Caroline e Victor

Durante os encontros, apenas dois alunos estiveram presentes na aplicação de todas as fichas de atividades. No Quadro 3 são organizadas as respostas desses dois estudantes conforme registradas na ficha 4 sobre trapézio.

Quadro 3 - Respostas da ficha sobre trapézio

Questão	Respostas	
	Caroline	Victor
2	2 paralelos que não se encostam.	Um par de paralelos.
3	Porque sempre que eles se movimentam os números mudam de acordo que se mover os lados.	Ao mover a medida dos lados mudam.
4	Os lados opostos sempre ficam iguais, já os lados dos ângulos não ficam de lados iguais.	Ao mover os ângulos aumentam e diminuem.
5	As paralelas sempre permanecem em lados totalmente diferentes.	Que os ângulos e os lados não são da mesma medida.

6		
7	Eu observo que os ângulos são totalmente diferentes.	Que são todos diferentes.

Fonte: Elaboração dos autores.

Na questão 5, ambos destacam como características dos trapézios: não precisam de ângulos e lados de mesma medida; e as paralelas permanecem sendo sempre paralelas. Outro aluno, Patrick, também apresentou uma característica de forma bem contundente: “Por mais que eu mexa, as paralelas do trapézio nunca deixam de existir”.

Na questão 6, algo interessante para observar é a diferença entre os desenhos obtidos nas respostas: durante a aplicação, os alunos perceberam que poderiam ajustar o trapézio como um retângulo, como a aluna Caroline tentou mostrar. Eles brincaram, dizendo não ter coordenação motora para ajustar os ângulos, com os movimentos de seus dedos, até que todos tivessem medida de 90° , porém mesmo assim levantaram essa observação, fazendo uma inclusão do retângulo nos trapézios durante a conversa em sala. É também interessante esse registro de medidas usando numeração decimal, favorecido pelo dispositivo, coisa que em um desenho feito à mão provavelmente não seria observado.

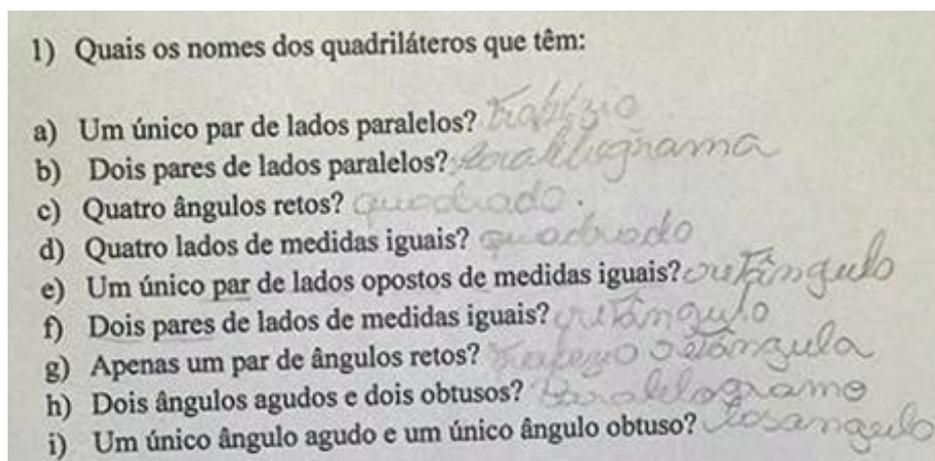
Na questão 7, os dois alunos disseram ter todos os ângulos diferentes. Aparentemente, eles não atentaram para o fato de a questão estar se referindo às medidas de ângulo do trapézio retângulo, que possui dois ângulos iguais a 90° . Eles podem ter feito referência ao trapézio obtido anteriormente.

A seguir, vamos ilustrar o caminho reflexivo do discente Victor em todos os encontros.

4.4.2 Trajetória de Victor

No encontro 1, o aluno apresentou suas respostas de forma bem satisfatória. Na ficha de SI ele respondeu com exemplos coerentes na questão 1 (menos na “e”) e escolheu a alternativa correta na questão 2.

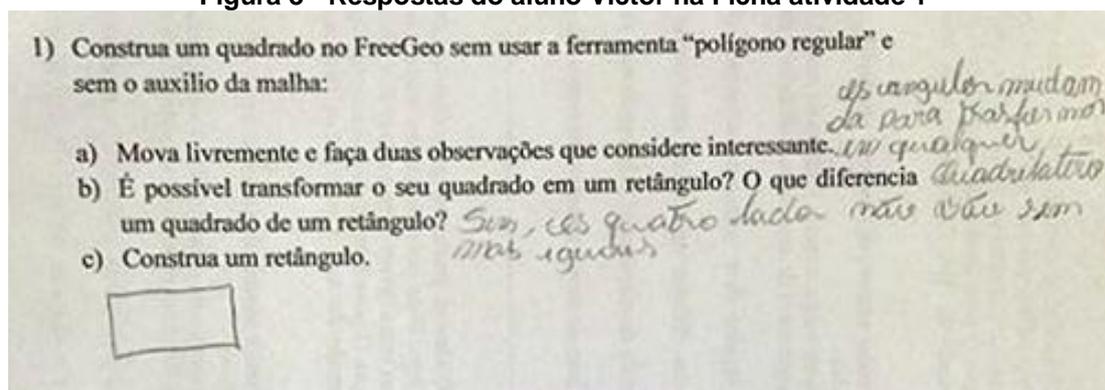
Figura 2 - Respostas do aluno Victor na Ficha SI – questão 1



Fonte: Elaboração dos autores

Na ficha de atividades 1, o estudante registrou suas conclusões quanto à possibilidade de transformar sua construção em qualquer quadrilátero e quanto à relação entre quadrado e retângulo. Podemos ver, por sua observação, que ele não se utilizou das propriedades do quadrado para construí-lo, por isso conseguiu transformá-lo em qualquer outro quadrilátero.

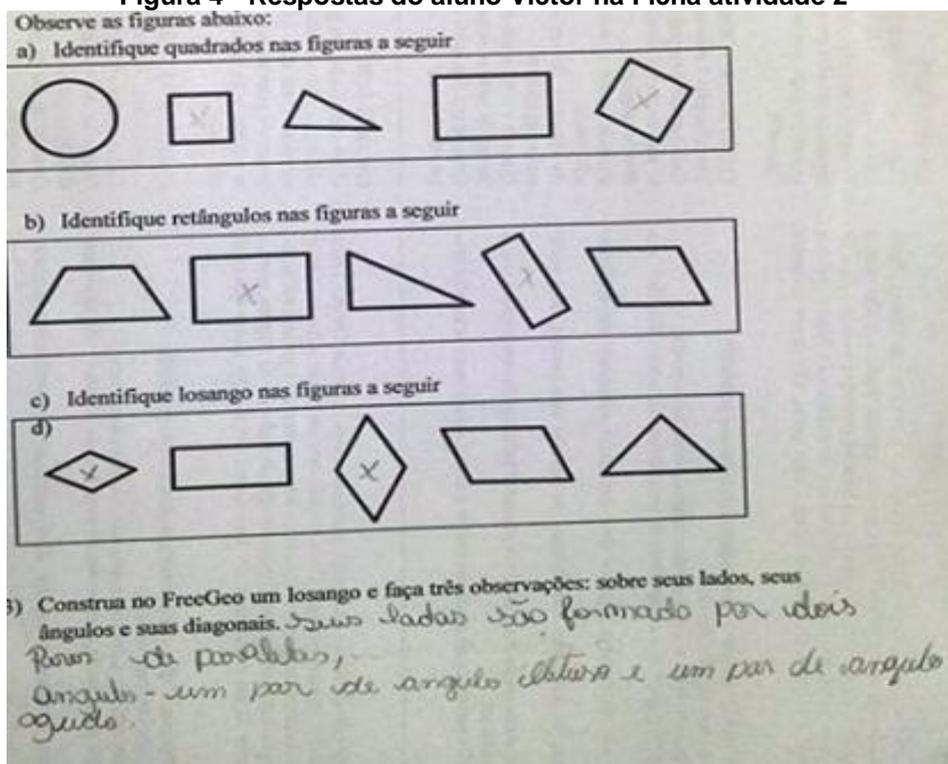
Figura 3 - Respostas do aluno Victor na Ficha atividade 1



Fonte: Elaboração dos autores

No encontro 2, Victor realizou as identificações satisfatoriamente na primeira questão e observou, em sua construção de losango, que “seus lados são formados por dois pares de paralelas” e “um par de ângulo obtuso e um par de ângulo agudo”.

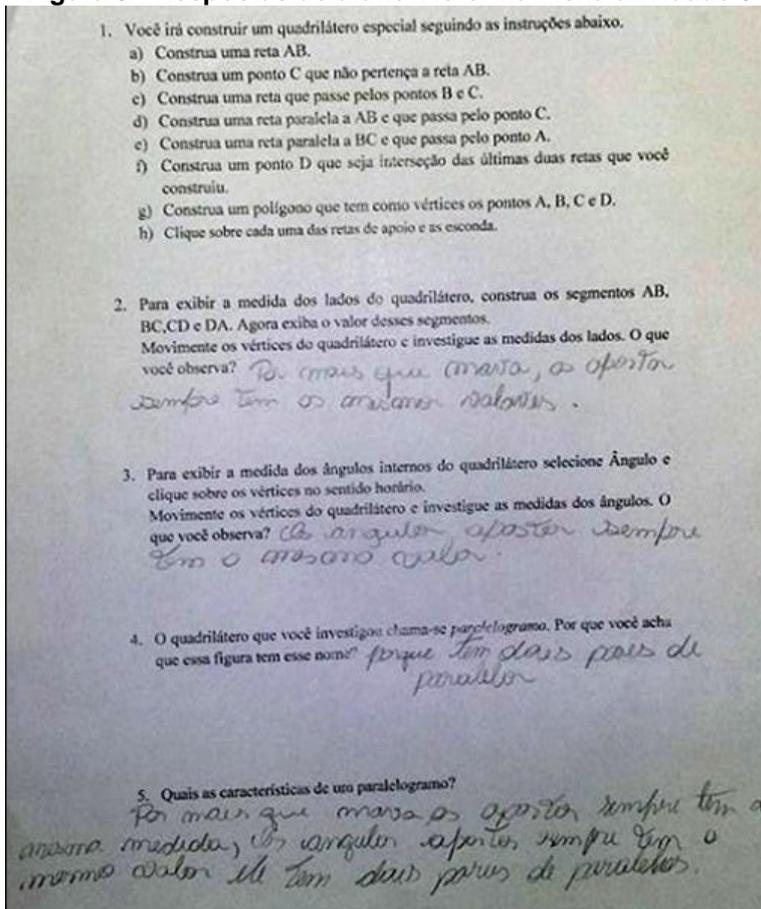
Figura 4 - Respostas do aluno Victor na Ficha atividade 2



Fonte: Elaboração dos autores.

No encontro 3, o discente, ao registrar suas observações sobre a construção do paralelogramo, nos mostra elementos interessantes, quando escreve: “Por mais que mova, os opostos sempre têm os mesmos valores”, ao falar da medida dos lados; ou, sobre os ângulos: “Os ângulos opostos sempre têm o mesmo valor”. Ele também identificou a relação entre o nome e a figura.

Figura 5 - Respostas do aluno Victor na Ficha atividade 3

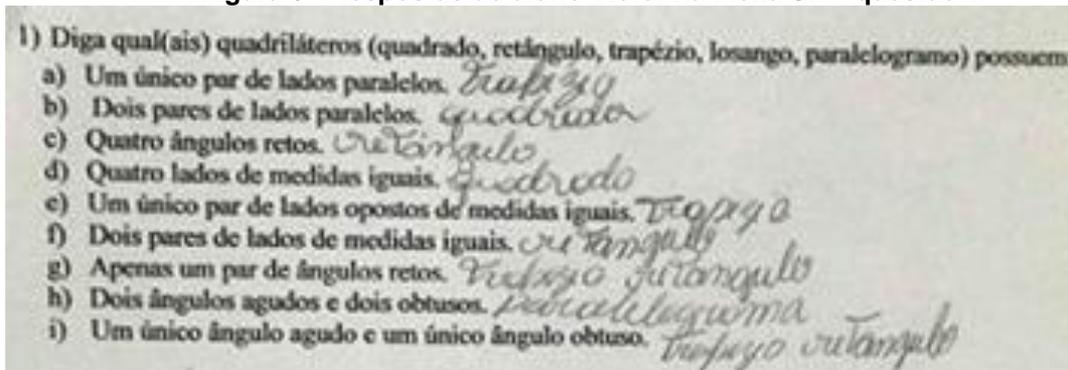


Fonte: Elaboração dos autores.

Do encontro 4, vimos, na sessão anterior, as respostas apresentadas pelo aluno Victor sobre os trapézios.

No encontro 5, na questão 1, que era igual à questão 1 da SI, Victor fez algumas alterações em suas respostas nesta SF. Ele manteve as respostas “a”, “d”, “f”, “g” e “h”, permanecendo coerente. E mudou as respostas “b”, “c”, “e” e “i”, sendo também coerente.

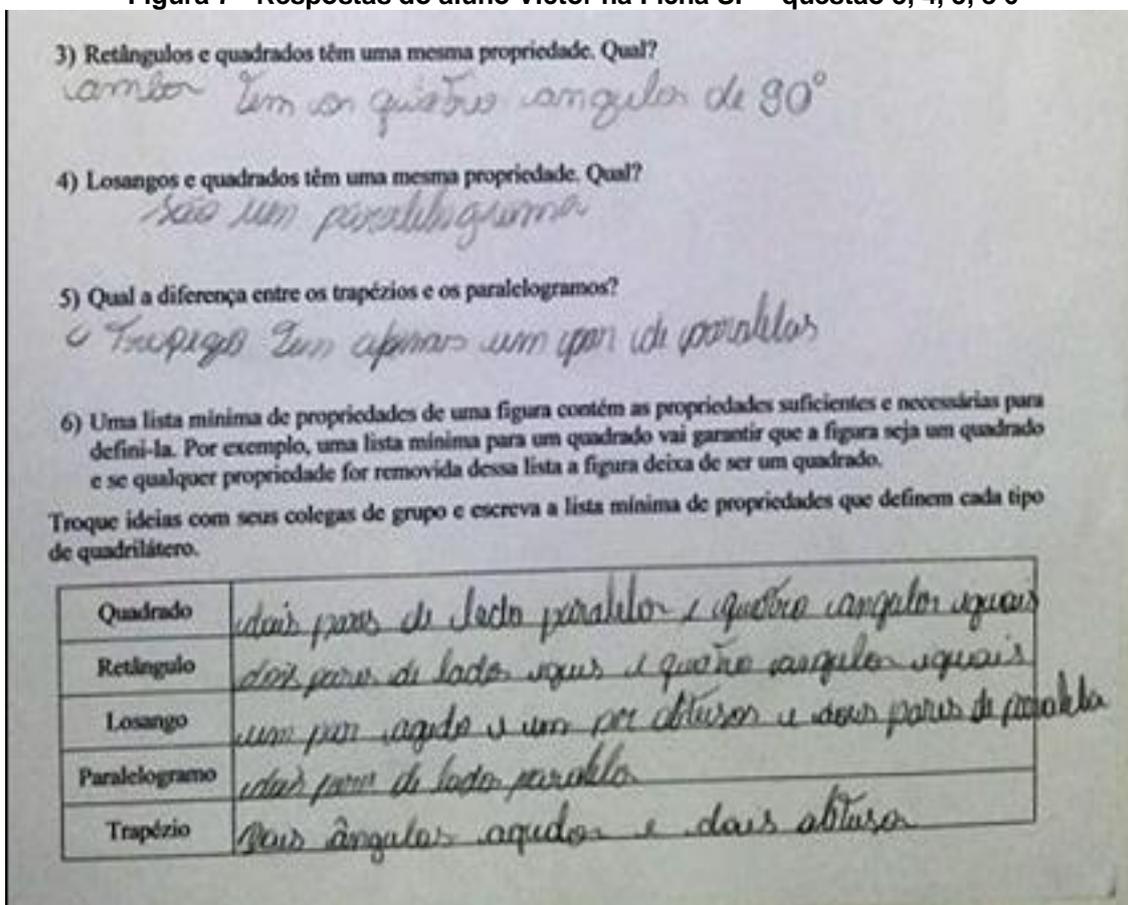
Figura 6 - Respostas do aluno Victor na Ficha SF – questão 1



Fonte: Elaboração dos autores.

Na questão 2 da SF, o aluno novamente escolheu a alternativa correta e, em sua justificativa muito bem apresentada, ele escreve: “Por que um dos pares não é paralelo”. Analisando as demais respostas do estudante, vemos que ele vai mostrando entendimento e ressaltando propriedades mediante registros escritos que também vão-se aprimorando, conforme ilustra a seguir a Figura 7.

Figura 7 - Respostas do aluno Victor na Ficha SF – questão 3, 4, 5, e 6



Fonte: Elaboração dos autores.

5 ENFIM, USAR SMARTPHONE PARA APRENDER É POSSÍVEL

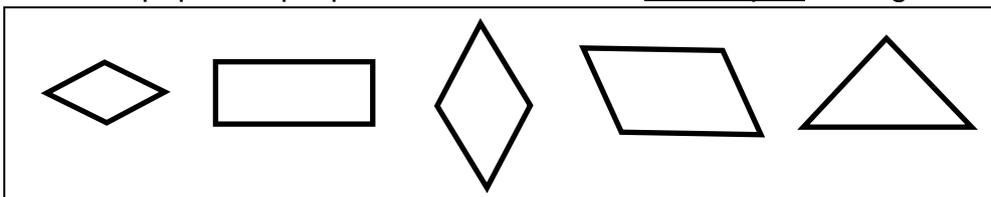
Neste artigo ilustramos e analisamos respostas de alunos para um conjunto de atividades sobre quadriláteros (Apêndices I ao IV) no *FreeGeo*. Os sujeitos foram discentes que conciliavam estudo e trabalho. Foi perceptível, em alguns, a vontade de entender as atividades e de aproveitar a dinâmica constituída, que era diferente da utilizada nas aulas regulares. Todavia, outros não manifestaram tanto interesse. Talvez essa falta de motivação possa ter ocorrido por não estarem acostumados a aulas exploratórias, conforme relato da professora regente. De todos os modos, cabe destacar que toda inovação gera expectativas variadas e causa estranhamentos. Por isso, é preciso romper o ciclo de aulas expositivas e centradas apenas no discurso do professor.

As atividades foram pensadas para estimular a percepção matemática dos estudantes e fazê-los lembrar ou descobrir propriedades dos quadriláteros. Mesmo assim, acreditamos que um trabalho dessa natureza – além de não colocar a solução dos problemas do aprendizado na tecnologia – possa contribuir como inspiração aos leitores para que planejem atividades em AGD, proporcionando aos discentes novas experiências e formas de construção do conhecimento geométrico.

A partir das tarefas planejadas e das interações estabelecidas entre os sujeitos e entre estes e o AGD no *smartphone*, os alunos foram manipulando suas construções e observando regularidades de acordo com cada figura. Conforme ilustrado no Quadro 2 e no Quadro 3, de respostas dos discentes, um achado importante foram as variadas justificativas que emergiram, tendo o manuseio do *software* como mediador (VYGOTSKY, 2007). Por exemplo, expressões como “mexer”, “mover”, “aumentar” podem passar a compor um novo vocabulário dos sujeitos, quando a aula de geometria tem dispositivos móveis de geometria dinâmica. É necessário estudar um pouco mais como potencializar esse vocabulário a partir da exploração promovida pelas atividades.

Cabe lembrar a importância da tarefa, a sua adequação à *performance* (BAIRRAL; ASSIS, 2017) do dispositivo e as particularidades do aprendizado que podem ser exploradas com o recurso utilizado. Por exemplo:

- usando papel e lápis podemos ter a tarefa: Identifique⁶ losango nas figuras a seguir:



- Usando o *FreeGeo*, teríamos: Construa no *FreeGeo* um losango e faça três observações: sobre seus lados, seus ângulos e suas diagonais.

Veja que observar, embora importante e realizável com papel e lápis, será uma ação reduzida de potencial matemático, se utilizarmos o *software*. Nesse recurso, ações como construir; mover; observar e analisar; comparar são mais providenciais e promissoras em termos de aprendizado. As respostas apresentadas pelos estudantes (Quadros 2 e 3) são

⁶ Quando as tarefas são coletivas, recomendamos o uso dos verbos no plural.

ilustrativas de que mudar o recurso didático implica alterar a proposta da atividade e, conseqüentemente, teremos conteúdos e aprendizados diferentes.

Na mesma forma que Dalcín e Molfino (2012), destacamos aqui a positividade do uso do aplicativo para auxiliar os estudos dos quadriláteros, pois seu ambiente de livre construção e manipulação permitiu aos estudantes explorar e investigar diversas formas e propriedades. O manuseio no *FreeGeo* também contribuiu para a visualização dos discentes, pois suas construções não são desenhos estáticos, o que facilita a obtenção de novas formas, sem perder as características geométricas da construção.

As tarefas e o aplicativo permitiram que os alunos manipulassem, expusessem e registrassem suas ideias. Portanto, dinâmicas como a ilustrada neste artigo podem estimular e aprimorar explorações, conjecturas e investigações no currículo de geometria. Se práticas como essa fossem realizadas ao longo da Educação Básica, nossos estudantes teriam o seu pensamento matemático mais potencializado e seriam auxiliados, por exemplo, na construção de provas matemáticas (SILVA, 2017). Portanto, acreditamos que a combinação entre tecnologia digital móvel, com toques em tela e atividades adequadamente planejadas para poder proporcionar qualidade no aprendizado e o interesse dos discentes por estudos mais avançados em matemática.

5.1 Sugestão

Apesar de não termos realizado atividades que pudessem registrar a descoberta das inclusões das classes dos quadriláteros (por exemplo, todo quadrado é um retângulo e, por conseguinte, possui todas as propriedades desse último), ainda assim consideramos valiosos os debates e os questionamentos feitos durante as aulas, pois contribuíram para a construção do conhecimento dos alunos sobre diferentes aspectos dos polígonos. Fica, aqui, mais uma sugestão de desdobramento desta investigação: analisar como os estudantes estabelecem relação de inclusão de quadriláteros, quando interações, mobilidade e toques em tela entram em cena.

REFERÊNCIAS

BAIRRAL, M. A. **Tecnologias da Informação e Comunicação na formação e Educação Matemática** Rio de Janeiro. Edur, 2012. v. I.

BAIRRAL, M. A. As manipulações em tela compoem a dimensão corporificada da cognição matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática** (JIEEM), São Paulo, v. 10, n. 2, p. 104-111, 2017.

BAIRRAL, M.; ASSIS, A. Touchscreen devices and task design to improve plane transformation in high school classroom. **Quaderni di Ricerca in Didattica: Matematica**, Palermo, v. 27 (Supplemento n. 2), p. 135-139, 2017.

BAIRRAL, M. A.; ASSIS, A. R.; SILVA, B. C.C. **Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática**. Seropédica: Edur. 2015. (Série InovaComTic; v. 7).

BAIRRAL, M. A.; BARREIRA, J. C. F. Algumas particularidades de ambientes de geometria dinâmica na educação geométrica. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**. São Paulo, v. 6, n. 2, p. 46-64, 2017.

BAIRRAL, M. A.; POWELL, A. Identificação e análise de objetos e relações em Virtual Math Teams. In: POWELL, A. (Ed.). **Métodos de pesquisa em Educação Matemática: usando escrita, vídeo e internet**. Campinas: Mercado de Letras, 2015. p. 127-150.

COBB, P. et al. Design experiments in educational research. **Educational Researcher**, v. 32, n. 1, p. 9-13, 2003.

DALCÍN, M.; MOLFINO, V. Clasificación particional de cuadriláteros como fuente de demostraciones y construcciones en la formación inicial de profesores. **Instituto GeoGebra São Paulo**, São Paulo, v. 1, n. 1, 2012. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/IGISP/issue/view/557/showToc>>. Acesso em: 4 set. 2015.

DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, v. 45, p. 57-67, 2013.

DUARTE, R. C. B. C. Utilização do GeoGebra, de smartphone e de reflexões escritas na construção de conceitos relacionados a retas paralelas cortadas por uma transversal. **Dissertação** (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro - PPGEducIMAT/UFRRJ, Seropédica, 2018.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 7., nov. 1996, Belo Horizonte. **Anais...** 1996. p.1-13

HENRIQUE, M. P. GeoGebra no clique e na palma das mãos: contribuições de uma dinâmica de aula para construção de conceitos geométricos com alunos do Ensino Fundamental. **Dissertação** (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro - PPGEducIMAT/UFRRJ, Seropédica, 2017.

LABORDE, C. Integration of technology in the design of Geometry tasks with Cabri Geometry. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, v. 6, n. 3, p. 283-217, 2001.

NG, O.; SINCLAIR, N. "Area without numbers": using touchscreen dynamic geometry to reason about shape. **Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education**, v. 15, n. 1, p. 84-101, 2015.

ROZA, E. da. C. S. Trabalhando quadriláteros em dispositivos móveis com o aplicativo FreeGeo. **Monografia** (Licenciatura em matemática) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro - UFRRJ, Seropédica, 2017.

SILVA, B. C. C. da. Justificativas e argumentações no aprendizado de quadriláteros: uma intervenção com papel, lápis e dispositivos móveis. **Dissertação** (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro - PPGEduCIMAT/UFRRJ, Seropédica, Seropédica, 2017.

SINCLAIR, N.; YURITA, V. To be or to become: how dynamic geometry changes discourse. **Research in Mathematics Education**, v. 10, n. 2, p. 135-150, 2008.

SPINILLO, A. G.; LAUTERT, S. L. Pesquisa de intervenção em psicologia do desenvolvimento cognitivo: princípios metodológicos, contribuição teórica e aplicada. In: CASTRO, L. R. de; BESSET, V. L. (Ed.), **Pesquisa-intervenção na infância e juventude**. Rio de Janeiro: Trarepa/FAPERJ, 2008. p. 294-321.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. O desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

APÊNDICE A - FICHA DE SONDAÇÃO INICIAL

Nome: _____

Idade⁷: _____

- 1) Quais os nomes dos quadriláteros que existem:
 - a) um único par de lados paralelos?
 - b) dois pares de lados paralelos?
 - c) quatro ângulos retos?
 - d) quatro lados de medidas iguais?
 - e) um único par de lados opostos de medidas iguais?
 - f) dois pares de lados de medidas iguais?
 - g) apenas um par de ângulos retos?
 - h) dois ângulos agudos e dois obtusos?
 - i) um único ângulo agudo e um único ângulo obtuso?

- 2) Apenas uma das frases a seguir é falsa. Qual?
 - a) O quadrado é um paralelogramo.
 - b) O retângulo é um paralelogramo.
 - c) O trapézio é um paralelogramo.
 - d) O losango é um paralelogramo.
 - e) Todo quadrilátero tem quatro lados, quatro vértices e quatro ângulos.

⁷ Embora a idade de cada aluno possa ser informada na primeira ficha, optamos por deixá-la como uma possível informação a ser obtida em cada encontro.

APÊNDICE B - FICHA DE ATIVIDADE 1

Nome: _____ Idade: _____

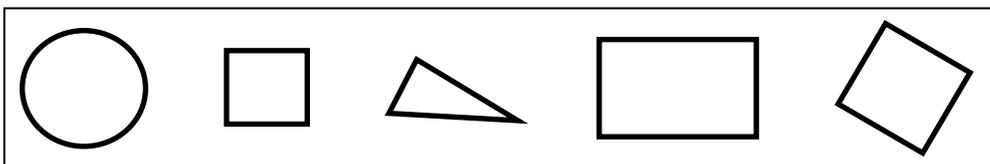
- 1) Construa um quadrado no FreeGeo sem usar a ferramenta “polígono regular” e sem o auxílio da malha:
 - a) Mova livremente e faça duas observações que considere interessante.
 - b) É possível transformar o seu quadrado em um retângulo? O que diferencia um quadrado de um retângulo?
 - c) Construa um retângulo.

APÊNDICE C - FICHA DE ATIVIDADE 2

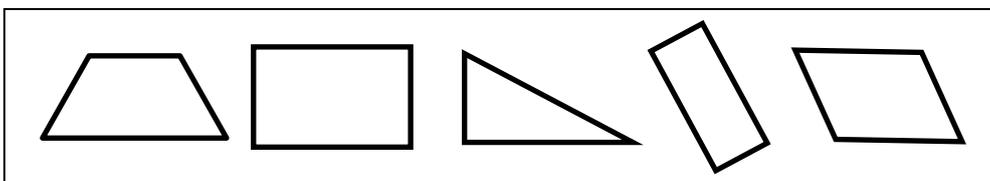
Nome: _____ Idade: _____

1) Observe as figuras abaixo:

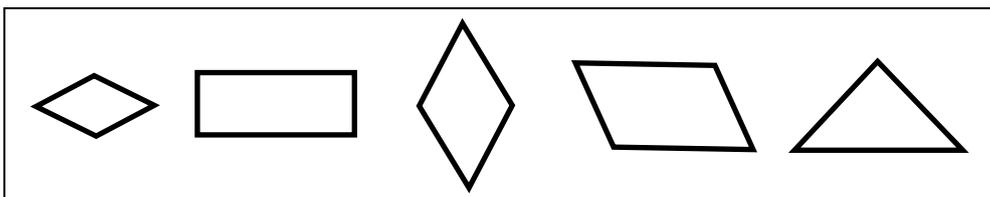
a) Identifique quadrados nas figuras a seguir:



b) Identifique retângulos nas figuras a seguir:



c) Identifique losango nas figuras a seguir:



2) Construa no FreeGeo um losango e faça três observações: sobre seus lados, seus ângulos e suas diagonais.

APÊNDICE D - FICHA DE ATIVIDADE 3

Nome: _____ Idade: _____

- 1) Você irá construir um quadrilátero especial, seguindo as instruções abaixo.
 - a) Construa uma reta AB.
 - b) Construa um ponto C que não pertença à reta AB.
 - c) Construa uma reta que passe pelos pontos B e C.
 - d) Construa uma reta paralela a AB e que passa pelo ponto C.
 - e) Construa uma reta paralela a BC e que passa pelo ponto A.
 - f) Construa um ponto D que seja interseção das últimas duas retas que você construiu.
 - g) Construa um polígono que tem como vértices os pontos A, B, C e D.
 - h) Clique sobre cada uma das retas de apoio e as esconda.

- 2) Para exibir a medida dos lados do quadrilátero, construa os segmentos AB, BC, CD e DA. Agora exiba o valor desses segmentos. Movimente os vértices do quadrilátero e investigue as medidas dos lados. O que você observa?

- 3) Para exibir a medida dos ângulos internos do quadrilátero, selecione Ângulo e clique sobre os vértices no sentido horário. Movimente os vértices do quadrilátero e investigue as medidas dos ângulos. O que você observa?

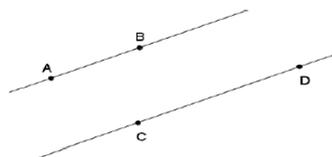
- 4) O quadrilátero que você investigou chama-se paralelogramo. Por que você acha que essa figura tem esse nome?

- 5) Quais as características de um paralelogramo?

APÊNDICE E - FICHA DE ATIVIDADE 4

Nome: _____ Idade: _____

- 1) Você irá construir um quadrilátero especial, seguindo as instruções abaixo.
 - a) Construa uma reta AB.
 - b) Construa um ponto C que não pertença à reta AB.
 - c) Construa uma reta paralela à reta AB e que passa pelo ponto C.
 - d) Construa um ponto D sobre a reta que passa pelo ponto C, conforme mostra a figura abaixo:



- e) Construa um polígono que tem como vértices os pontos A, B, D e C.
- 2) Quantos pares de lados paralelos possui esse quadrilátero?
- 3) Para exibir a medida dos lados do quadrilátero, construa os segmentos AB, BD, DC e CA. Agora exiba o valor desses segmentos. Movimente os vértices do quadrilátero e investigue as medidas dos lados. O que você observa?
- 4) Para exibir a medida dos ângulos internos do quadrilátero, selecione Ângulo e clique sobre os vértices no sentido horário. Movimente os vértices do quadrilátero e investigue as medidas dos ângulos. O que você observa?
- 5) O quadrilátero que você investigou chama-se trapézio. Quais as características de um trapézio?
- 6) Movimente os vértices para que os dois lados não paralelos do trapézio fiquem com a mesma medida. Esse trapézio é chamado trapézio isósceles. Faça um esboço da figura obtida no espaço abaixo, indicando as medidas dos ângulos e lados.
- 7) O que você observa em relação às medidas dos ângulos do trapézio retângulo?

APÊNDICE F - FICHA DE SONDAAGEM FINAL

Nome: _____ **Idade:** _____

1) Diga qual(ais) quadriláteros (quadrado, retângulo, trapézio, losango, paralelogramo) possuem:

- a) um único par de lados paralelos;
- b) dois pares de lados paralelos;
- c) quatro ângulos retos;
- d) quatro lados de medidas iguais;
- e) um único par de lados opostos de medidas iguais;
- f) dois pares de lados de medidas iguais;
- g) apenas um par de ângulos retos;
- h) dois ângulos agudos e dois obtusos;
- i) um único ângulo agudo e um único ângulo obtuso.

2) Apenas uma das frases a seguir é falsa. Qual?

- a) O quadrado é um paralelogramo.
- b) O retângulo é um paralelogramo.
- c) O trapézio é um paralelogramo.
- d) O losango é um paralelogramo.
- e) Todo quadrilátero tem quatro lados, quatro vértices e quatro ângulos.

➤ A frase marcada anteriormente é falsa porque

3) Retângulos e quadrados têm uma mesma propriedade. Qual?

4) Losangos e quadrados têm uma mesma propriedade. Qual?

5) Qual a diferença entre os trapézios e os paralelogramos?

6) Uma lista mínima de propriedades de uma figura contém as propriedades suficientes e necessárias para defini-la. Por exemplo, uma lista mínima para um quadrado vai garantir que a figura seja um quadrado, e, se qualquer propriedade for removida dessa lista, a figura deixa de ser um quadrado.

Troque ideias com seus colegas de grupo e escreva a lista mínima de propriedades que definem cada tipo de quadrilátero.

Quadrado	
Retângulo	
Losango	
Paralelogramo	
Trapézio	